上帝怎样掷骰子

VISIT…

上帝怎样掷骰子

——因果性、概率与归纳

陈克艰 著

四川人民出版社

一九八七年·成都

责任编辑：庞学铨
特约审稿：朱熹豪
封面设计：戴士和
插　　图：张　弓
装　　帧：盛青萍

走向未来丛书

上帝怎样掷骰子

陈克恕 著

四川人民出版社出版（成都盐道街三号）
四川省新华书店发行
自贡新华印刷厂印刷

开本787×960mm　1/32　印张0.25 插页 5　字数 122 千
1987年3月第一版　1987年3月第一次印刷
ISBN7—220—00027—8/c·19
统一书号：17118·172　印数：1—102,000

定价：1.50元

《走向未来》丛书顾问

（按姓氏笔划为序）

包遵信　严济慈　杜润生　张黎群　陈一咨
陈翰伯　钟沛璋　侯外庐　钱三强

《走向未来》丛书编辑委员会

主　编：金观涛

副主编：陈越光　唐若昕

编　委：（按姓氏笔划为序）

丁学良　王小强　王岐山　王军衔
王晓鲁　王　焱　尹鸿天　乐秀成
朱嘉明　朱熹豪　刘　东　刘青峰
严家其　何维凌　张　钢　阮芳斌
陈子伶　陈越光　易小冶　金观涛
秦晓鹰　贾新民　翁永曦　唐若昕
陶德荣　黄江南　董秀玉　樊洪业
戴士和

编者献辞

《走向未来》丛书和读者见面了。

她凝聚着我们的心血和期望。

我们期待她能够：展现当代自然科学和社会科学日新月异的面貌；反映人类认识和追求真理的曲折道路；记录这一代人对祖国命运和人类未来的思考。

我们的时代是不寻常的。二十世纪科学技术革命正在迅速而又深刻地改变着人类的社会生活和生存方式。人们迫切地感到，必须严肃认真地对待一个富有挑战性的、千变万化的未来。正是在这种历史关头，中华民族开始了自己悠久历史中又一次真正的复兴。

在艰苦而又富有生命力的改革道路上，我们坚定了马克思主义的信仰，理解了科学的价值，并逐步深化了对我们时代和民族的认识。今天，我们听

从祖国的召唤，热情地投身于实现社会主义现代化的伟大潮流。

马克思有一句名言："思想的闪电一旦真正射入这块没有触动过的人民园地，德国人就会解放成为人。"* 今天，照亮我们民族的思想闪电，就是马克思主义、科学精神和我们民族优秀传统的结合，以及由此开始的创新！

《走向未来》丛书力图从世界观高度把握当代科学的最新成就和特点，通过精选、咀嚼、消化了的各门学科的知识，使读者特别是青年读者能从整个人类文明曲折的发展和更迭中，理解中华民族的伟大贡献和历史地位，科学地认识世界发展的趋势，激发对祖国、对民族的热爱和责任感。

她特别注重于科学的思想方法和新兴的边缘学科的介绍和应用，把当前我国自然科学、社会科学，以及文学艺术方面创造性的成果，严肃地介绍给社会，推动自然科学与社会科学的结合。

《丛书》是个新的园地，她将自始至终贯彻严肃认真的学风和生动活泼的文风。

《走向未来》丛书，从她一开始就受到老一辈共产党人关怀，受到学术界前辈的热情支持。

---

* 《马克思恩格斯选集》，人民出版社，1975年版，第1卷，第16页。

约四百年前，弗兰西斯·培根在《伟大的复兴》一书序言中，曾经这样谈到书中描述的对象，他“希望人们不要把它看作一种意见，而要看作是一项事业，并相信我们在这里所做的不是为某一宗派或理论奠定基础，而是为人类的福祉和尊严……。”我们怀着真挚的感情，把这段话献给《本书》的读者，希望广大读者关心她、批评她、帮助她。

让她成为我们共同的事业。

《走向未来》丛书编委会

一九八三年六月于北京

前　言

十七世纪英国经验主义者休谟从分析因果观念提出的归纳问题，以其特殊的重要性和魅力吸引着几乎所有关心认识论的哲学家，以至成为现代科学哲学和科学方法论的一个中心问题。对归纳问题的研究，大多是结合概率进行的。本世纪的量子物理学则在更深刻的背景和更大的规模上向因果决定论观点的独尊地位发出了挑战，概率观点在科学家中间也同样深入人心。这种情况，正可以用爱因斯坦一句名言的反题来表征：上帝确实是掷骰子的。问题变成了“上帝怎样投骰子”。科学哲家学们运用先进的符号逻辑工具，构造出形形色色的归纳逻辑系统，给这一问题提供了多侧面、多角度、多层次的解答。

本书的宗旨，是对这个处于哲学与逻辑学“接合部”的题材作一个通俗介绍。毫无疑问，通俗读

物应具有生动性、趣味性，诸如文字应力求优美，最好附有引人入胜的插图，不时穿插点名人轶事之类。但是我个人认为，这些对于学术性读物的通俗化来说，还只是必要条件，而非充分条件。爱因斯坦喜欢引用波尔兹曼的一句话："形式是否优美的问题应该留给裁缝和鞋匠去考虑。①此话绝无轻视裁缝和鞋匠之意，相反，他在答《记者》杂志问时说："如果我重新是个青年人，并且要决定怎样谋生，那么我决不想做什么科学家，……我宁愿做一个管子工，或者做一个沿街叫卖的小贩。"②我以为，作为通俗的学术性读物，还应提出人们也许较少注意却更重要的一个要求，即把研究者怎样提问题，怎样解问题，他的思路、方法，他所运用的工具等等"通俗"地介绍出来。仅仅用常识所能"理解"的语汇重述一遍结论是不够的；完全离开和无视达到结论的途径，就谈不上真切的理解。

有人把二十世纪称为"分析的时代"，这是对现代西方哲学很精当的概括。尽管流派纷呈，方法各异，人物众多，争论激烈，但是大家都在搞分

① 许良英 赵中立 张宣三编译，《爱因斯坦文集》第三卷，商务印书馆，1979年，第295页。

② 玻恩语，《狭义与广义相对论浅说》序，上海科学技术出版社，1964年。

析，都在研究一个一个的问题，都在关心和提炼分析的方法，都在把大问题拆解成许多“微型问题”作各个击破的研究。现代哲学家的工作方式，更接近于科学家。象黑格尔那样，以构造“包举宇内，囊括四海，席卷天下，并吞八荒”的宏大体系为己任的哲学家，已经绝无仅见了。这应验了恩格斯的预言：“黑格尔的体系作为体系来说，是一次巨大的流产，但也是这类流产中的最后一次。”①

归纳的现代研究堪称分析哲学的一个典型。本书力图按照上面所说的要求去做，不回避起码的技术、方法和工具，讲清楚重要概念的确切涵义和彼此间的逻辑关联，同时尽可能地做到通俗，目的在使不熟悉这一题材但有兴趣的读者至少能略知其味，感受和体会到一点分析的精神。这一目的能否达到，以及能在多大的程度上达到，还有待于读者的合作。一本书的物质形态只是白纸黑字，只是本文（text），还不是作品本身；作品本身是作者与读者共同创造的，写作仅是第一步，阅读才是它的最终一步。诚恳地期待和欢迎读者的批评。

① 《马克思恩格斯全集》第二十卷，人民出版社，1971年，第27页。

目　录

第一章　因果与概率 …… 1

1—1　论战 …… 3

1—2　因果的涵义 …… 6

1—3　附丽于因果的概率观点 …… 8

1—4　自主的概率观点 …… 11

第二章　休谟问题与贝叶士定理 …… 19

2—1　因提问而不朽的哲学家 …… 21

2—2　休谟怎样提问题 …… 23

2—3　概率与归纳的最初结合 …… 29

第三章　凯恩斯论概率与归纳 …… 39

3—1　此凯恩斯即彼凯恩斯 …… 41

3—2　基本思想 …… 43

3—3　无差别原理 …… 50

3—4　归纳的两大要素——相似与纯归纳 …… 55

3—5　相似推理的几种类型 …… 59

3—6 纯归纳的作用及归纳的辩护 …… 64

第四章 频率派的最佳答卷 …… 73

4—1 一个自然的想法 …… 75

4—2 概率演算的公理系统 …… 77

4—3 概率的频率解释 …… 81

4—4 在概率逻辑框架内解归纳问题 …… 87

第五章 归纳的特殊形态——数理统计 …… 99

5—1 并非从特殊到一般 …… 101

5—2 几个重要概念 …… 103

5—3 初步建模 …… 109

5—4 模型的完善化——参数估计 …… 118

5—5 假设检验 …… 121

5—6 统计学与真理性 …… 130

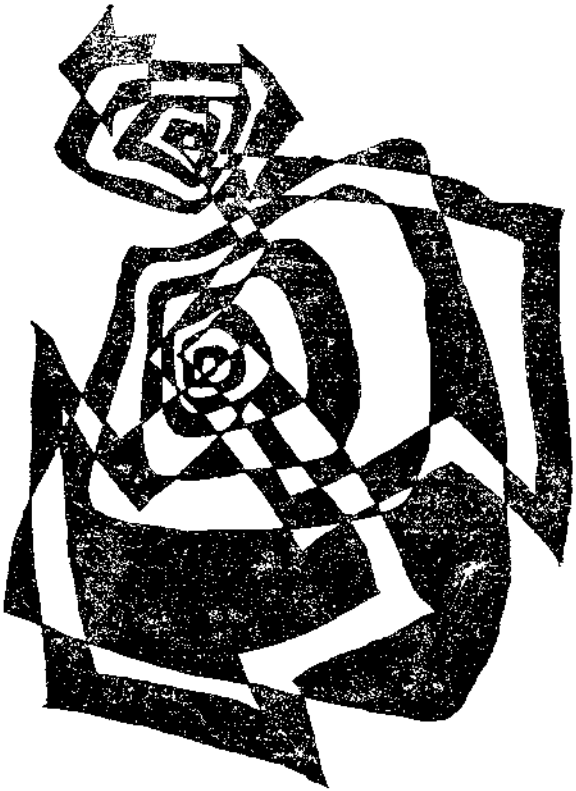
第六章 “体大虑周”的卡尔纳普归纳逻辑 … 135

6—1 最伟大的形式化专家 …… 137

6—2 基本思想 …… 142
6—3 语言L_N^n与"可能的世界" …… 146
6—4 候选者太多 …… 152
6—5 转变立场 …… 158
6—6 人——系统 …… 165
6—7 困难种种 …… 171

第七章 另一种概率 …… 177
7—1 历史观点注入归纳逻辑 …… 179
7—2 崭新的"归纳支持"概念 …… 181
7—3 归纳支持的分级 …… 190
7—4 非巴斯卡型的归纳概率 …… 197
7—5 归纳支持与归纳概率的形式化 …… 207
7—6 法庭辩论的逻辑 …… 212

第八章 归纳问题的逻辑化身——归纳悖论 … 223



第一章
因果与概率

1-1 论　战

“上帝不掷骰子”，这是爱因斯坦的名言。原话写在爱因斯坦1944年7月给玻恩（Max Born）的一封信中：“在我们的科学期望中，我们已成为对立的两极。你相信掷骰子的上帝，我却信仰客观存在的世界中的完备定律和秩序。”① 在爱因斯坦与以尼尔斯·玻尔为代表的哥本哈根学派关于量子理论性质长达四十年之久的论战中，一个中心论题就是：上帝掷不掷骰子，也即，科学规律本质上应是因果性的，抑或可以是概率性的？允不允许最终与因果性原理不相容的科学规律？

爱因斯坦谈起量子力学，时常不免带点不恭和

① 许良英、范岱年译《爱因斯坦文集》，第一卷，商务印书馆，1976年，第415页。

调侃的口吻。但请不要误以为他反对量子力学。事实上，爱因斯坦不仅对量子理论的发展作出过重大贡献，而且承认对现行量子力学作概率诠释的“绝对必要性”。① 他还写过专门的文章——他自称为“一首关于物理学的小小的儿歌”② ——论证这个必要性。爱因斯坦把必须作也只能作概率诠释的现行量子力学戏称为“肥皂泡”，不承认它构成了完备的认识基础，“说到头，要对我们自己吹起来的肥皂泡负责，这似乎是我们的命运，这很可能就是那个‘不掷骰子的上帝’所设计的。”③ “不掷骰子的上帝”在量子力学的屏幕上显现出掷骰子的赌徒形象，物理学家不能停留于描绘这一形象，而应追求一种新的符合因果性原理的理论来取代和超越它。这便是爱因斯坦由于“不愿意放弃完全的因果性”而得出的对量子力学的看法。

现在大多数关心量子力学哲学问题的物理学家似乎都认为，爱因斯坦是论战中处劣势的一方。有人把爱因斯坦对“完全的因果性”的执着信念归因于他早年读斯宾诺莎著作所受的影响，这一点从爱因斯坦本人的哲学思想自述中也看得出来。但是，在对量子力学的看法上，爱因斯坦的追随者和支持

①②③ 许良英、范岱年译《爱因斯坦文集》，第一卷，商务印书馆，1976年，第660页。

者始终没有消声匿迹，著名的科学哲学家波普尔（Karl Popper）就是一位迄未妥协的反哥本哈根派的斗士。然而这场论战的意义早就超出了它本身。爱因斯坦所坚持的观点使他的后半生走上了一条孤军奋战的道路，统一场论的工作终未成功，"赍志没地，长怀无已"。然而这位伟大前驱留下的并不只是遗憾，他的思想和未竟事业发生了深远的历史影响。孤寂的足迹重新成为一面高扬的大纛，召唤着有才能有抱负的物理学家。爱因斯坦身后，在多种相互作用力的统一理论方面所取得的巨大成果，就是对他最好的纪念。

象爱因斯坦与玻尔之间的这样一场论战，是不能以简单的胜负判决作结论的。每一个有历史意识和责任感的科学家与科学爱好者都会欣赏当代大物理学家惠勒（J. A. Wheeler）满怀深情说出的如下一段话："我确实不知道哪里还会再出现两个更伟大的人物，在更高的合作水平上，针对一个更深刻的论题，进行一场为时更长的对话。我向往有一天，诗人、剧作家、雕塑家将会表现这一题材。"①

① J·A Wheelev, Structwre in Art and Science, P.147

1-2 因果的涵义

哲学上常常会发生一些无聊的争吵，其实质是双方所偏爱的语汇不同，但双方都竭力争辩自己达到了唯一正确的结论。争辩中人们总是有意无意地修补词汇或句子的含义，他们的真实意图则仅仅在于坚持原先的说法不错。事实上，只要你愿意，永远想得出一些说法，把事物之间的任何一种关系“归结”为例如因果关系，反过来也做得到。自然语言确实有化腐朽为神奇的特异功能。因此，这样的争吵是永远不会有结果的。当然，爱因斯坦与玻尔的论战不在其列。

有关在思维和语言中大量应用的基本概念和观念的讨论，理应澄清（而不是混淆）它们的意义。基本概念的意义是在历史发展过程中形成的，是历史地确定的。经常听说，原因与结果是一对范畴（不管有什么意义），但现实的哲学史、科学史，特别是爱因斯坦与玻尔的这场论战却表明，把“因果”（Causality）与“概率”（probability）联系起来考察，将获得更深刻更具体更丰富的历史内涵。

古希腊的亚里士多德谈到过四种因：质料因，

动力因，形式因，目的因。因果观念的后来发展相当于亚里士多德的动力因。把这一观念叙述得最确切的是拉普拉斯："我们应当把宇宙的现状看作它先前状态的结果以及它的后继状态的原因。假定在某一时刻，有一种智慧能够把握自然界所有的力以及组成自然界的一切事物的特定状况——这种智慧博大精深足以对所掌握的资料进行分析——那么，它就能将宇宙间从最庞大的物体到最微小的原子的运动全都囊括于同样的公式之中，对于它来说，没有什么是不确定的，未来，一如过去，都呈现在它的眼前。"① 因果性是一种观点，一种思维赖以进行的框架、模式，在这个框架中，允许设想一个无限勤勉，又有无限精力的全知者，他能掌握某一时刻大千世界一切事物的状态，以此前推千年，后测万世，甚至我们毋宁说，因果框架本身就是全知者的居所，因果性就是全知者的观点。观点，英文作point of view，意即据以观察的立足之点。你站在天安门城楼上，南面看到广场，北向俯视故宫，但如果你的观点移到上海国际饭店的顶楼，那么你所能观察到的就全然是别一图景了。我们人类的心智自然够不上全知的要求。但是牛顿力学的成功鼓

① 转引自 The World of Mathematics, Vol.2, 1956, P.1325.

舞了人们的信心。牛顿力学的基本定律借助于欧几里得几何学与微积分，可以对世界系统的过去和未来状态进行类似于全知者所作的那种分析，尽管还有无限多未知的细节留在后面，但人们曾经相信，它们全都能用同样的方式处理。牛顿力学使富于想象力的人类心智产生了一种幻觉，一种接近和达到全知者地位的奢望，或者反过来说也一样，全知者的地位正是人们对自己在牛顿力学中实际达到的观点的理想化。经典力学本是通过破除古代和中世纪哲学意识形态的统治而诞生的，但它自身也上升为一种意识形态，这是一个必经阶段，它促成牛顿力学在各个认识领域的胜利进军。因果决定论统治人们的思维方式成为一个时代的特征。

然而全知者毕竟只是幻觉。人的心智永远不可能获得一个俯瞰一切，洞察一切的观点。要想认识进步，永远需要移动观点，转换视角。现在可以说了，概率性就是一个在全知者居处之外的观点，它是经过长期探索之后才终于达到的。

1-3 附丽于因果的概率观点

非常有趣，为因果性的含义作出权威表述的拉

普拉斯，恰恰是十八世纪末一本概率论集大成著作的作者，上述引文即取自这本著作。拉普拉斯是想表明，他并不把概率作为基本的第一性的范畴看待；概率只是因果决定论思维框架内的一个次要成分，只是认识上的权宜之计，只是对认识对象某些细部的一种忽略。如果把因果观点比作国际饭店的顶层，那么概率观点就在同幢大楼的较低层次，并不开拓新的视野，因此对于全知者并不构成任何限制，甚至对人类的心智也不构成限制，人类总可以往上爬，不断接近全知者。

概率观点可能起源于赌博。大多数数学史家承认的第一批概率论历史文献，法国人巴斯卡 Blaise Pascal 与费尔马Pierre de Fermat 1654年的几封通信，就是讨论一位赌徒向他们提出的问题。赌徒希望预见未来局面的心情想必比常人迫切，他们是多么愿意升华为一个全知者，把纸牌或骰子，以至把对方从心灵到手指的每一个最细微粒子的运动都一览无余啊。

从概率的观点观察，用概率的术语谈论，是早就相当普遍的事情，根据人口普查资料写成的政府报告，就是一个熟知的例子。但在这样用概率时，谁都没有想到要与因果观点分庭抗礼。

概率观点的较深一层次的运用领域，是象气体

分子动力学这样的学科。通过对大量微小元素的个别行为的统计假定，有可能得到一些刻划宏观总体特征的概念与定律，这往往是严格的因果观点所做不到的。最浅显的例子是“温度”概念，它是每个人凭感觉都知道的。但是单个分子并没有温度，温度是大量分子聚集起来后表现出的总体特征。且不说以严格因果观点写无数条方程，一个一个地描述分子运动实际上不可行，即便真做到了，也得不出与人们的经验感觉相对应的关于“温度”的理论概念。为了在牛顿力学框架内从事热现象的研究，十八世纪的热力学只能径直采用温度作为一个与力、时间、空间平列的基本概念。这种做法本身就表明，自然界的丰富内涵对于牛顿力学的框架显得过于沉重了，框架快要支撑不住了。倒是概率观点帮了它一把，借助于对大量分子行为的统计假设，温度重新可以在牛顿力学原有基本概念上定义。热力学的全部定律也都可以用这种方式重新得出，其中最著名的就是波尔兹曼对热力学第二定律（即熵增加定律）的概率解释。

在这一阶段，概率观点之于因果观点是什么关系呢？首先，概率观点成了因果观点不可或缺的补充。没有概率观点的帮助，严格的因果观点越来越显得并不能洞察一切。正是在这个意义上，概率观

点显示了自己的力量和独立性。但另一方面，统计力学中的概率观点毕竟仍然是与因果决定论的思维框架相协调的，是牛顿式建筑的和谐与自然的延伸。对大量元素行为的统计假定仍然使用基本的牛顿术语和概念，仍然以承认每个个别元素服从因果律为前提。在这种情况下，因果和概率两种观点相辅相成，是一对合作得很好的同路人。

1-4 自主的概率观点

同路人终于分道扬镳，在量子现象领域，因果与概率两种观点再也不能相容。事实上，这一领域根本不能进入因果观点的视野。人们曾经作过巨大的努力，试图通过“折射”从因果观点看清这一领域，但总得不到所期待的清晰图象。硬把牛顿经典物理学的因果范畴加给这一领域的微观客体，举出了本质上的不确定性和含糊性。但是从概率观点出发，却能对量子现象作出不含糊的描述，表述为严格的统计性规律。虽然不能因果地确定量子过程的观测结果，但能确定出现某种结果的概率。换句话说，量子现象服从确定的统计性规律。

概率观点已经不再是原则上可放弃的权宜之计

或可弥补的知识缺陷，也不再是虽不可放弃却只能起辅助作用的一根拐杖。在量子领域，概率观点成了整理和解释观测事实的唯一可能的观点，成了与因果观点不相容的第一性的基本的范畴。它打破了因果观点作为哲学意识形态的地位，自身则并未上升为一种新的哲学意识形态。也许，这种情况的革命意义就在于，当代的人们（至少科学家与有科学头脑的人）通过它业已认识到观点的增多对智力进步的好处，从而不再愿意委身于一种靠非智力的作用确立的观点，并盲目排斥别的观点。

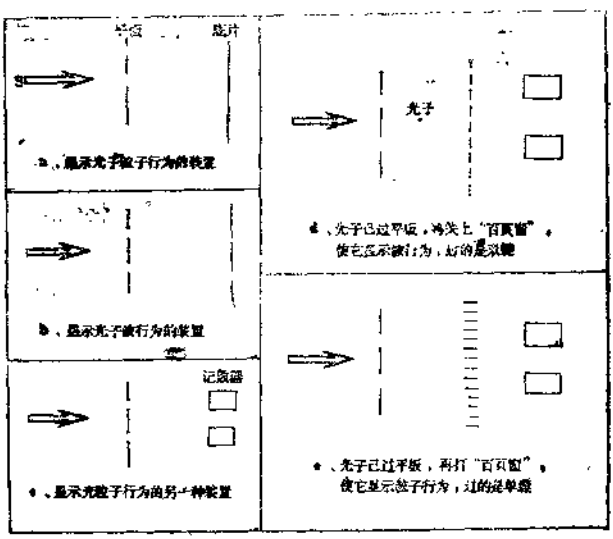
在因果观点中包含着一条甚至拉普拉斯都没有明确陈述出来的前提，即认识者与被认识者之间存在着截然分明的界限。那个无所不晓的精灵被假定与他所观察的对象是不相干的。他对世界的观测一点也不会干扰和影响世界的状态。他处身于世界之外，世界处身于他之外。在量子领域，此种假定不复成立。量子现象不可避免地包含着“观测者的参预”。量子力学所描述的是由观测者参预而生的现象。参预，成了描述的必要条件。

总而言之，认识主体在一定意义上成了认识对象的创造者。有一个游戏相当生动贴切地反映出这一情况。某受试者被要求离开房间若干分钟，以便留下来的人商定一个名词让他猜。受试者重新进入

房间后可以连续提二十个能明确回答“是”或“否”的问题，据以猜测谜底。受试者提问了：“是动物吗？”——“不”——“是植物吗？”——“不”——“是有机物吗？”——“不”——“是绿色的吗？”——“不”——“是白色的吗？”——“是”……受试者发现，随着他提的问题越多，他得到回答的时间越长，他还从面部表情看出别人似乎也象他一样在思考。最后，他决定试试运气：“是‘云’吗？”人们哄堂大笑，一致回答：“是！”原来，在他待在门外时，人们相约不定出谜底，只要求对所有问题的回答不互相矛盾。所以实际上每个在场的人都与受试者一样在“猜”这个词，怪不得回答越来越慢。当受试者刚进房门时，他认为谜底是客观存在的，但实际上，谜底却是由他的问题“创造”出来的。同样，在量子领域，观测到的现象是人类施加作用迫使自然界表现出来的。自然界是演员，人类却不仅仅是观众，人类同时是导演，导演创造了演员。

为什么观测者的参预会导致因果观点的失效呢？我们也通过一个例子来显示。参看图1—1，从光源S一粒一粒发射的光子（现代实验条件能够做到），穿过平板P上开的缝，使底片T感光，形成图象。在平板上开一条缝或两条缝这两种情况下，底

片上形成的图象是不同的。在前一种情况下（a），图象（一些分离的点）表明光子显示出粒子的行为，因而我们说光子是经由一条缝穿过平板的；而在后一种情况下（b），图象又表明光子显示了波的行为（有干涉条纹），形象的说法是光子同时经由两条缝穿过平板。所以，“光子是波”这句话，仅仅是整个一套说法的略语：“在我们所设计的如此这般的条件下，光子的行为通过一个不可逆的放大过程产生出可观测的宏观现象（在我们的例中即底片图象），从这现象我们推论出光子的行为象波。”“光子是粒子”也有一套相应的说法。离开这些说



法，对“光子是波（或粒子）”作望文生义的想象是没有任何认识意义的。至于“波和粒子的对立统一”这类带有辩证术语的命题，如果有什么意义的话，那就是关于波的一套说法和关于粒子的一套说法的“逻辑合取”；事实上人类不能制备一种实验条件，在可观察现象中同时显示出光的波行为和粒子行为。用玻尔的话来说，我们可以让一枚钉子固定，也可以让它松动，但不能既让它固定又让它松动。光的波行为和粒子行为都是在人类为它设计的舞台上表现出来的。离开了舞台，在幕后，光子“实在”是什么呢？人类至今不具备谈论这个问题的能力和语言。

继续进行上述实验。用两个记数器代替底片（图1—1c），平板上仍开两条缝。光子经过平板后只能击中一个记数器，从读数的变化容易观察到被击中的是哪个记数器。光子击中一个记数器使其读数增加1，是一种粒子的行为。因此，在图1-1c所表示的舞台上，虽然平板仍开着两条缝，光子却只经一条缝而过，至于经哪条缝而过，可由哪个计数器被击中来判断。再改变一下舞台布景，在记数器和平板之间置一张底片，不过这张底片被裁制成“百叶帘”，能随意打开或关上。打开，则光子能自由穿过它而击中某个记数器，行为象粒子；若关

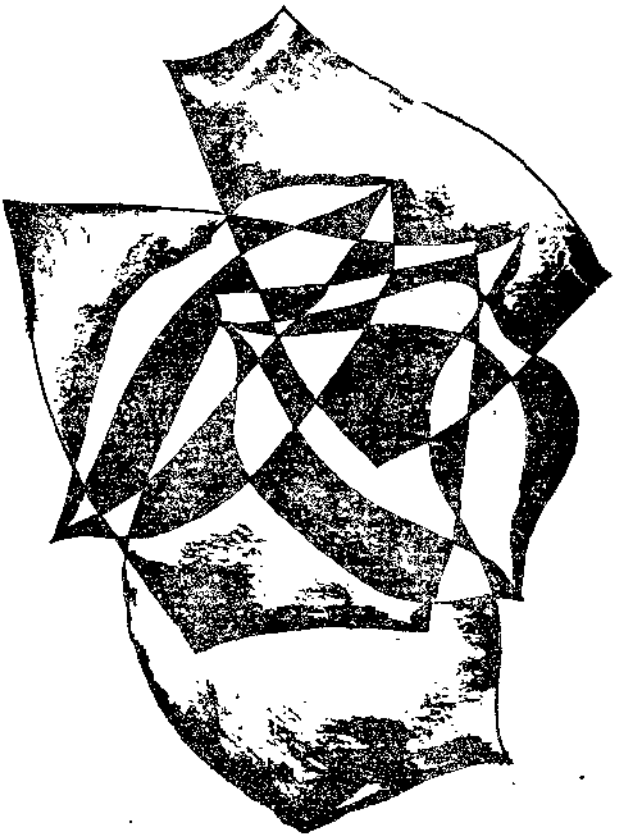
上，则它又俨然成一底片，被光子击中而成象，此时光子经两条缝过平板，行为象波。现在到了关键之点：设光子已经过了平板，按因果观点，它“过单缝”还是“过双缝”就是已经发生了的事情，无可改变了。然而并非如此，我们在光子过平板后作一个决定：打开或关上“百叶帘”。你说光子“过单缝”吗？我就关上百叶帘，实验条件变成图1-1d，光子表现出波行为，过的是双缝；你说光子“过双缝”吗？我就打开“百叶帘”，实验条件变成图1-1e，光子表现出粒子行为，过的是单缝。质言之，在我们作出并实施决定之前，根本无法说光子过的是单缝还是双缝，尽管它已经过了平板。先发生的事情（过单缝或双缝）需由后发生的事情（打开或关上百叶帘）来决定——“后因前果”。这个例子表明，由于观测者的参预，量子现象，作为一种不可逆的放大过程的结果，是抗拒作因果分析的。量子力学的数学形式结构与以一个天远弗届、无深不入的全知者为核心的因果观点是全然冲突的。从薛定谔方程解出的表征量子系统状态的波函数ϕ，并不能被实际地观察到，观测到的只能是ϕ的线性迭加式（$\phi=\Sigma\lambda_n\phi_n$）中的某个特征值$\lambda_n$，但事先并不能确定将观测到哪个$\lambda_n$，只能确定观测到$\lambda_n$的概率为$|\phi_n|^2$。出于偏爱或习惯，你不妨仍旧说，

观测行为是造成观测结果的“原因”，但是它的含义完全变了。这个“原因”是怎样造成结果的，根本无法用经典的因果观点作出任何分析。

爱因斯坦本人，在要求微观领域应有符合完全的因果性的理论时，其心情是很复杂的。他说，“把事件解释成必然的，完全服从（因果性）规律的”，是我们人类的一种“需要”，“这种需要无疑是在文化发展过程中所获得的理性经验的产物”，“关于对自然界作严格因果解释的假设并不是起源于人类精神，它是人类理智长期适应的结果”。① 在爱因斯坦看来，因果性范畴并不象康德所说的那样植根于人类精神的本性之中，它是适应的产物。按照这种看法，当人类经验开拓出新的天地时，要求理智作出新的适应，采纳与因果观点不同甚至不相容的一种概率观点，就是毫不奇怪的了。只要把因果和概率都当作人类采纳的观点，它们完全可以各司其职，并行不悖。因果观点并未丧失，在日常生活中，以及大多数科学技术领域内，它的功用是不可取代的。但是也出现了因果框架容纳不下的新的认识领域，如微观世界。概率观点不仅在这里行之有效，而且从概率观点探索某些本来属于因果律的

① 许良英、范岱年译，《爱因斯坦文集》第一卷，商务印书馆，1976年，第284页。

世袭领地，往往也能别开生面。看来，在上帝高兴的时候，他会掷骰子的。问题是，“上帝怎样掷骰子？”



第二章
休谟问题
与贝叶士定理

2-1 因提问而不朽的哲学家

十七、十八世纪，牛顿力学把因果观点拥上哲学意识形态的王位。还在科学甘心情愿受这种意识形态统治的时候，研究认识论的哲学家却起来挑战了。休谟（Daviol Hume）1739年写出《人性论》，1748年写出《人类理解研究》，从一个角度对因果观点提出了透彻的分析、质疑和批判。是为哲学史上著名的“休谟问题。”

休谟（1711—1776）出身于苏格兰一个已经没落的贵族家庭。他在历史学、政治经济学、哲学上都有著述。但是两百多年来，他主要是由于提出了哲学分析上一个真正困难的问题而声名不衰。休谟天性温和，与当时人皆侧目的“疯子哲学家”卢梭订交甚厚。但他的智力极其敏锐，绝不受伦理、常

识、良知所蒙蔽，每能从旁人不甚了了而自以为了了的地方看出极深刻的问题。

休谟堪称近代英国经验主义传统的最后一人。赖欣巴哈说得好："经验论在培根身上找到了它的先知，在洛克身上找到了它的公众领袖，在休谟身上找到了它的批判者。"① 培根和洛克由于带着道德和常识的成见，虽然极广泛地传播了经验主义的纲领，却是高高举起，轻轻放下。既未能透辟地贯彻纲领，也就碰不到深藏的困难。休谟继承他的另一位前辈贝克莱那种穷诘不休的分析精神，推究知识体系所由建立的因果律的经验基础问题。这个问题由于得不到符合当时经验主义口味的解决方案，遂导致既针对经验主义纲领的可能性，又针对知识的可能性的普遍的怀疑主义。休谟的贡献在于使人们认识到这个问题的困难性和重要性。它几乎毁灭了整个经验主义纲领，同时为经验主义日后的重整旗鼓奏响了悲壮的序曲，休谟问题及它的各种变形，业已成为现代科学方法论的中心问题。

① 赖欣巴哈：《科学哲学的兴起》，商务印书馆，1983年，第70页。

2-2 休谟怎样提问题

了解一下休谟本人提问题的思路是很有必要的。

休谟把人类理性的一切对象分为两类，“观念的关系”与“实际的事情。”前一类是数学研究的对象，贯穿其中的纲领是演绎逻辑，“不必依据于在宇宙中任何地方存在的任何东西”，“所解证出的真理也会永久保持其确实性和明白性。”①

演绎逻辑的基本规律是矛盾律。但对于实际的事情来说，构想它的反面总是可能的。虽说人皆有死，人们照样不含任何矛盾地构想出不死的神仙，写出了无数美丽的神话篇章。所以，演绎逻辑并不能支配第二类对象。

那么，人们依靠什么来确认，“实际的事情”中哪些是真实的，哪些是虚妄的呢？第一，靠感官，第二，靠记忆。感官和记忆是确立一件一件实际事情的基础，且不管它们是否可靠，更重要的问题在于，联系实际事情的纲是什么呢？“在感官的

① 休谟：《人类理解研究》，商务印书馆，1982年，第26页。

当下证据而外，在记忆的记录而外，还有什么别的可以担保我们以任何事实的真实存在呢？”①

休谟回答说：是因果关系，“关于实际事情的一切理论似乎都建立在因果关系上。只凭借这种关系，我们就可以超出我们记忆和感官的证据以外。”②象矛盾律支配着“观念的关系”一样，因果律支配着实际事情的关系。

既然关于事实的知识，除了来源于感官和记忆，都是来源于因果律，“那我们必须研究，我们如何得到因果的知识。”③作为经验主义者，休谟不能同意因果是先验知识的论题，他比他的前辈经验主义者彻底的地方，就在于给自己提出了论证“因果之被发现不是凭借于理性，乃是凭借于经验”④的任务。

因与果，是两件事情的关系。火焰生热，细菌致病，火焰、细菌是原因，热、病是结果。如果不参照经验，人们怎么能知道这个原因必定产生出那个结果呢？人们不是同样想象得出，火生寒、菌致健吗？所以，离开了经验，原因产生什么结果是完全任意的，作为联结两件事情的纽带的因果律也同样

① 休谟：《人类理解研究》，商务印书馆，1982年，第26页。
②，③ 同上，第27页。
④ 同上，第28页。

是任意的。

小结一下。休谟的第一个问题：关于实际事情的一切推论依据什么？

回答：因果关系。

第二个问题：因果关系的基础何在？

回答：经验。

第三个也是更难的问题：经验所给的只是直接的报告，因果律的本性却在于扩展到将来，扩展到我们所未见的事实。这种扩展有什么根据呢？有经验的根据吗？如果说，根据在于，以往这样作扩展，总是得到正确的结果；那么以往的扩展又何能保证未来的扩展总是正确呢？换句话说，这种对扩展的扩展，又有什么根据呢？有经验的根据吗？休谟分析的力量就在于这种一丝不苟、穷追不休的提问精神上。问题并未解决，只是不断地转移，终于陷入无穷递推之中。诉诸“将来必定和过去相似”这一类的原理并不能使局面有所好转，因为它分明是把受到责疑的事情，换一种说法而已。来回转圈，恶性循环，按照这样的思想路线，提问下去是永无解决之希望的。

休谟的处理是问到这一步就终止了。他转换思想的方向，找到一种自称为“怀疑主义的解决法。”

通过前面的分析，休谟已经得出，对于实际的事情，由此及彼的推断，其本性不是直观的，不是解证的，也不是推理的，此种推断实是“人心的一个步骤”，它的本性只能在人的内心里找。但因果律的普通观念却把人心的这一步骤外在化、泛化为属于实际的事情之间的一种普遍关系。实际的事情之间确实存在的一种普遍关系是时间上的“先后关系”，“因此之故”，不过是人心固有的能力对“在此之后”这种关系实行加工的产物。所以，惟一需要的是对这一步骤提供一个说明。

“人心有一步骤，是不能为理解中的任何论证式过程所拥护的，”① 指导这一步骤的原则就是所谓“习惯”或称“惯性”。设想一个理性健全的人初生于世，他所看到的只是一连串物象的前后相续。一开始他并不能达到因果的观念：说在前的是原因，在后的是结果。在他看来，前后相续的事情完全是偶然地、任意地会合在一起的。太阳下山，他去睡觉，并不指望醒来后会看到旭日东升。但是，同样的固定的前后相续重复次数多了，便会使他不由得从一个物象的出现立刻期待另一物象的存在。总之，因果观念是物象先后关系的重复作用于

① 休谟：《人类理解研究》，第40页。

人心的效应，是人心由于习惯而生的信念。至此，休谟认为已经找到了问题的最终解答，确切地说，他认为不可能有更好的解答了。"我们的考察不能再推进一步"，"我们不能再妄自给这个原因找出别的原因。""我们得安于这个原因，认为它是由经验而来的一切推论的最后原则"，"我们能走到这样远的地步，也就够满意了。"①

休谟尚需做的一件事，是把因果观念所附丽的"信念"与人心的自由构想区别开来。这一区别是重要的。人们看到火，并不妨构想它会带来寒冷，但是人们却相信并推断它会带来温热。所以，要阐明因果问题，必须立一个标准来区分"构想"与"信念"。可惜在这件事情上，休谟做得并不令人满意。他仅限于说明"虚构和信念的差异只在于一种感觉，那种感觉是附着于信念的，并非附着于虚构的，而且它是不依靠于意志的，也是不能任意唤来的，它一定是由自然所刺激的，正如别的一切感觉一样"。② 显然，休谟这里所说的感觉，断然不是冷、热、痛、痒、颜色、声音一类的原始感觉，它是对"因果关系"的一种感觉。休谟意识到给这个感觉下定义非常困难，几乎不可能。因此他只限

① 休谟：《人类理解研究》，商务印书馆，1982，第41页。
② 同上，第45页。

于“试探着来形容这种感觉，”① 它无非是比自由的构想较生动、较活跃、较强烈、较坚牢、较稳定的一种构想，“它可以引生起较大的快乐或痛苦，愉快或悲伤。”② 如果说，休谟在前此的分析中，表现出无与伦比的清晰性，那么在这里，他也陷入了混乱。他只是把信念和感觉“来回转圈”地作同义反复的说明。根据他对因果观念（或因果“感觉”）所作的种种形容，人们无法分辨迷信的人把自然界的灾异现象（地震、日食等）当作人间痛苦的原因，或在看到灾异现象时便确信将有人间的痛苦发生，与理智的人相信灾异现象有其科学上的原因区别开来。究竟是休谟不曾意识到需要将科学的因果观念与迷信的因果观念相区别，还是他认为这种区别是不可能而且不必要的，我们不得而知，但不管怎样，一种不能作出这一区别的关于因果性的理论是不能令人满意的。

还有一个区别，也是休谟的理论无法作出的。休谟其实仅仅说明了：人们看到每天早晨太阳升起，是他们相信明天太阳也将升起的原因；但这并不意味着：人们认为太阳每天都升起是它明天也将升起的原因。事实上，人们并不把周期运动中的前

① 休谟：《人类理解研究》，商务印书馆，1982，第46页。
② 同上，第47页。

后周期当作因果来看待。但在另外的例中，如一块运动石头撞击另一块静止石头，我们不仅期待和相信静止石头也将运动，而且确实相信撞击是引起运动的原因。在我们内心里，确实有一种能力，或说“感觉”，能对于事件之间的前后关系，区分出“因果的”还是“非因果的”。关于这种能力或“感觉”，休谟的心理主义解释几乎毫无说明。

因此，大家公认休谟问题抓得准，提得深刻，但休谟本人对该问题的怀疑主义的解决法，则遭到普遍的怀疑。

2-3 概率与归纳的最初结合

休谟问题，现在更经常叫做“归纳问题”。① 因为按照休谟的分析，因果性被归结为人们对“实际的事情”之间牢固、恒定、无例外的前后关系的主观信念，其根源存乎人心从以往这种前后关系的多次重复而养成的“惯性”，以致一看到前一件事出现，就必然会期待后一件事也出现。人心的这种步骤即通常所说的“枚举归纳推理”。休谟的分析表

① 休谟自己的书中，自始至终未提到过归纳。

明，人心的这一步骤并不具有客观的逻辑上和经验上的依据。有限但足够大量的白天鹅，是以诱使人心归纳出全称命题："天鹅皆白"。从主观方面说，人心是必然要这样做的，就象上抛的石块要落回地上一样必然。但从客观方面说，这个全称命题又极容易被证伪。归纳问题大概就存在于这种人心的构造（或机能）与客观的逻辑（或经验）之间尖锐的不协调中。

但是，难道人心真的这样鲁莽粗疏，不会在从有限向无限，从已知向未知，从过去向未来跃进时稍稍带点犹豫吗？与休谟同时代并同为英国人的贝叶士（Thomas Bayes，）从另一个角度、以另一种提法接触到了归纳问题。

贝叶士与休谟最重要的区别在于他一开始就假定过去与未来、已知对未知的关系是概率性的。因此问题不象在休谟手中那样表现为几乎不可克服的尖锐冲突。贝叶士提出了一个可以用数学技巧解决的问题，同时也有非常深刻的哲学意义。

对贝叶士的生平所知很少。他1702年生于伦敦一个不奉当时国教的牧师家庭。有人推测他少年时可能师事过旅居伦敦的法国数学家，概率论奠基者之一的德·摩De Woivre。贝叶士成年后在Twnbridge Wells长期任牧师，在那里一直生活到去世。

贝叶士生前并不出名。虽然1742年他被皇家学会接纳，替他署名写推荐信的俱为一时名流，包括当时的会长马丁·福克斯（Mavtin Folks）。推荐信称其“精通几何、数学以及哲学的所有部分”。① 但其时除了一本有争议的宗教小册子，贝叶士似乎还并未发表过任何数学作品。入皇家学会后几年，他才有一本关于“流数理论”的小书行世。贝叶士真正不朽的工作《论机遇理论中一个问题的解决》，是他逝世后两年，即1763年，由其朋友普赖斯致信皇家学会予以推荐，并发表于当年的《哲学会报》。

贝叶士在为其论文写的一篇引言中说：他的目的是“发现一个方法，借此我们能够确定某事件在给定环境下发生的概率，对此环境我们一无所知，仅知在这同一个环境下，该事件曾经成功了几次，又失败了几次。”②

严格地说，贝叶士提的问题是：已知事件A在n = p + g次试验中成功了p次，失败了g次，求A的未知概率位于给定数a、b之间的概率。他要求解的

① K·Pearson, The History of Statistics in the 17 and 18 Centuries, 1978, P. 357

② The History of Statistics in the 17 and 18 Centuries, P. 363

是关于概率的概率。在身为牧师的贝叶士看来，问题中M的概率确定而不能确知，它似乎是上帝的篋中秘珍，人们只能以某种方式接近它。休谟对归纳推理——根据所有观察到的天鹅都是白天鹅，推出“天鹅皆白”——的疑难，在贝叶士问题中，相当于g = 0时的特例。

贝叶士解题的思路极其巧妙。他把问题用几何的图象表达出来。边长为1的正方形 桌子 ABCD，设想一个被蒙住眼睛的人往桌子上随意掷球，球落在桌子上各部位的机会均等，这一点蒙眼人知道，但他当然不知道球落点的确切位置W。过 W 作 EF 平行于AB，从而把正方 形 分成两部分。然后让蒙眼人多次掷另一个球，如落在EF的右 边，算成功，落在左边算失败，告诉他成功了p次，失败了q次，蒙眼人的任务是对EF的位 置（即 AF 的长度x）作出估算。按贝叶士的提法，是 求X∈（a，b）的概率为多少。容易定性地推断，成功的次数越大，失败的次数越小，EF 的位置就越靠 左，反之，则越靠右。在极端情况下，试 验 全 数成功（或全数失败），聪明的蒙眼人就会倾向于 猜测EF几乎与CD（或AB）重合。贝叶士的定量结论为：在成功p次，失败q次的情况下，X∈（a，b）的概率是

$$\frac{\int_a^b x^p(1-x)^q dx}{\int_0^1 x^p(1-x)^q dx} \qquad (2-1)$$

这就是贝叶士定理的“原始形象”。试举一数学的例子，假定掷999次球全成功，可算得$X\in(0,\ 0.1)$的概率为0.1^{1000}，小到极点，而$X\in(0.99,\ 1)$的概率为0.99996，这就是说，EF靠近AB为非常不可能，而靠近CD则非常可能。在一般情况下，按贝叶士定理总能以任意规定的精度算

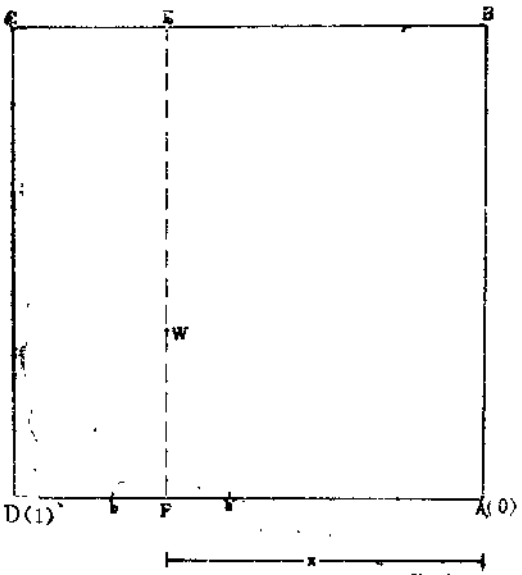


图2—1

出X最可能位于其中的区间。

现在通行的概率论教科书，把贝叶士定理处理为条件概率的定义式：

$$P(B/A)=\frac{P(A\cdot B)}{P(A)} \qquad (2—2)$$

而不谈它的原始表达。在贝叶士的论文中，（2—2）式是为了推导（2—1）式而作为公设引进的。然而，定理的原始表达对于哲学讨论却是重要的，从它可看出贝叶士思想的深刻的哲学背景。后人常常把未作任何试验时事件M的概率叫作“先验概率，相应地把已有经验证据条件下推算的概率叫作“后验概率”。其实，在贝叶士的思想中，并没有这种能与“先验概率”相提并论的“后验概率”。只有“先验概率”是存在的，确定的，但只是对无限的神而言；有限的人充其量只能根据经验作出某种推测，因此，“后验概率”并非对“先验概率”的修正，而是人在无可解脱的束缚下追求先验概率唯一可行的方式，是对先验概率的后验测算。这种追求永远达不到目的，因此，人只能限于了解先验概率位于某一区间的可能性有多大。

普赖斯在上文提到过的信中指出贝叶士定理能直接用于“从最终因论证神的存在”，① 他写道：

① The History of Statistics of the 17 and 18Centuries, P. 363

“它（指贝叶士定理）直截了当并且毫不含糊地向我们表明，事件不管以怎样的次序或周期发生，都有理由认为是来自自然界的稳定原因或规则性，而非源于无规则的机遇。”① 这里明显地透露出牛顿世界观的影响，但也在扩大着牛顿的世界观，因为“先验概率”并非由于无知，也并不象征无知，相反它倒是只能属于神的知识。

全知者既然洞察一切，为什么还要概率的知识呢？可见，贝叶士定理中的概率有着极广泛的含义。比方说，已经观察到一百只白天鹅，就算进行了一百次全成功而无失败的试验，照贝叶士定理计算出的并不是第一百零一只天鹅为白的概率（关于下一次试验的成功概率，拉普拉斯给出了另外的公式），而是“天鹅皆白”这一无限全称陈述的概率。全知者固然掌握每一只天鹅的每一个细节特征，但在高一层次上，在把天鹅这一属类当作一个整体来把握时，他就需要概率了。普赖斯在另一封致皇家学会秘书J·坎通的信中指出贝叶士定理对解决哲学中一个已成“燃眉之急”的问题颇有助益，他说的就是休谟问题。“在这一点上，我们极大地受惠于我们尊敬的朋友贝叶士的能力和技巧，

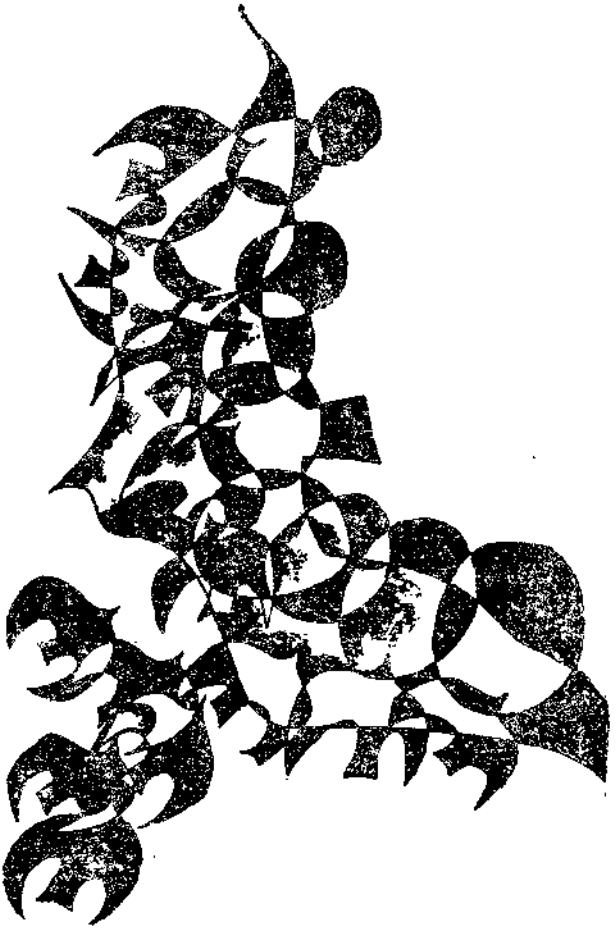
① E.Pearson, M.Kendalled., Studies in the History of Statistics and Probability, 1970, P.135

他提供给我们必要的指针，以便从效果确定未知原因的本性与其作用的大小，他又提供给我们强有力的防护以摆脱哲学家常常陷入的一个巨大危险。这个危险来自于，一方面，把结论建基在不充分的归纳上，另一方面，又要求结论能得到比单纯实验次数所提供的更强的担保。”①

贝叶士定理成了概率意义解释上两大派的分水岭。贝叶士派接受“先验概率”这一概念。侧重于从逻辑语形、语义、主观信念等方面解释概率，总而言之，赋于概率的含义比较广泛。这一派在现代的主要代表人物有凯恩斯和卡尔纳普。非贝叶士派（频率派）包括几乎所有的数理统计学者，它在哲学上最出色的发言人是赖欣巴哈。按频率派的解释，如果事件M成功了p次，失败了q次，则它的概率近似值就是$\frac{p}{p+q}$。一般说，频率派要求试验次数足够多，随着试验次数增加，频率派寄希望于相对频率会收敛于一极限值。不管怎样，贝叶士的计算方法与频率派的计算方法在数值结果上是能协调的：按贝叶士定理，“先验概率”位于$\frac{p}{p+q}$附近小区间的可能性将是很大的。所以，不惮重复地说，

① The History of Statistics of 17 and 48 Centuries, P.370

频率派反对贝叶士，并不仅仅因为“先验概率”难于计算，而是根本不接受这个概念。两派在概念上有着深刻的分歧。



第三章
凯恩斯论概率与归纳

3-1 此凯恩斯即彼凯恩斯

·凯恩斯（John Maynard Keynes, 1883—1946）作为经济学革新家的名声掩盖了他在其他许多领域的贡献。人们看到归纳哲学文献中频频出现的姓氏——凯恩斯，难免疑惑，“这是否同一个人？”这的确是同一个人。

约翰·梅纳德·凯恩斯1883年生于剑桥一个学术气氛浓厚的家庭。父亲是一位受人注意的逻辑学家和政治经济学家。在这两方面，梅纳德·凯恩斯都可以说是克绍箕裘，而又青胜于蓝。他的母亲有文学才能，1950年，当她92岁高龄时，还出版过一本动人的家庭生活回忆录①。梅纳德·凯恩斯则已于1946年逝世。

① 书名为Gathering Up the Threads。

第一次世界大战前的几年，是剑桥知识界特别活跃的时期。凯恩斯与剑桥各方面的学者亲密过从，其中包括我们中国哲学爱好者所熟悉的摩尔、怀特海、罗素、维特根斯坦。维特根斯坦因参加第一次世界大战被意大利人俘虏，因禁期间也多亏凯恩斯的帮助才得以与罗素保持通信联系，并能将《逻辑哲学论》的手稿寄给罗素。凯恩斯兼有抽象思维和实际工作的卓越能力。除了众所周知的经济学研究成果，他通晓哲学和数学，是个机敏而稳健的理财专家，充任政府财政顾问和经营大型保险公司，均有成绩。他研究政治学，编辑杂志，写小品文，写传记，是个书籍收藏家，他还主持过芭蕾舞和话剧的演出。“他夙兴夜寐，勤奋工作，不停地从一个问题转到另一个问题，刚才还在规劝朋友，这会儿又埋首于事务了。但他自有一种捷才，以致看上去象一个，并且事实上也真是一个经常有闲暇的人。”①我们将要评述的《论概率》一书，是他在英国政府的印度事务部任职期间，花了六年“业余时间”（1906—1912）写作的。罗素称赞这本书“无论作怎么高的评价都不会过分。”②

① 转引自The World af Mathemstics, Vol.2, 1956, P. 1358.

② 同上, P.1356,

3-2 基本思想

本书所介绍的各种概率理论，是指概率的“解释”理论，应与作为数学一门分支的概率论相区别。除了第七章所讲的I·J·科恩，各人所采纳的概率的公理结构是相同的。另一个共同点是，无论贝叶士派的卡尔纳普，还是非贝叶士派的赖欣巴哈，都接受凯恩斯的“逻辑解释”，即把概率当作传统逻辑推理的一种推广。至于推广的程度与方式，那当然是彼此大相径庭的。

凯恩斯把概率理论看作为一种逻辑学，认为它的对象是人的推理过程，“我们的知识部分是直接得到的，部分是借助于推理得到的，概率的理论就是与借助推理得到的知识有关。”①推理有两种，一种是演绎推理，只要前提真，结论必定也真。人们对通过演绎推理得到的知识，自有一种安全感和确定感。以往的逻辑对演绎推理已经作了充分的讨论，“然而在实际的推理中，我们并不总是期待确定性，并不总是把依赖有疑问的论证当作不合理。”②事实上，科学和日常生活中的大多数推理

①②. M.Keynes. A Treatise on Probability, 1920. P.3.

属于另一种，它们不象演绎那样具有绝对的确定性，即使前提真，通过这种推理得到的结论也不一定真。当然，有各种各样的不确定性，这就产生了比较和测度的问题，这就是概率理论所要研究的问题。“如果说，逻辑是研究有效思维的一般原理的，那么，研究那些可以合理地赋予某个权重的推理，就和研究那些解证性的推理一样重要了。”①作为一种逻辑学，概率理论有着与演绎逻辑一样重要的地位。考虑到在人们的思维中，不确定推理占的比重或许更大，则概率理论甚至比演绎逻辑更加迫切和应用广泛。但是凯恩斯并无意分裂逻辑学，他把演绎推理和概率推理当作一个整体来处理，其基本的概念是概率，具有绝对确定性的演绎是作为概率的极限情况而得出的。用h记前提，a记结论，则a/h就表示从h推出a的概率。$a/h=\alpha$ 可读作“在前提h下以合理信念度α相信结论a。”如果h与a之间有着演绎的关系，即h与a矛盾，或从h能“必然”地推出a，则分别表示为 $a/h=0$，$a/h=1$。在凯恩斯的形式处理中，演绎逻辑的矛盾律等，是作为概率公理系统的定理得出的。

凯恩斯强调，概率所表征的是推理过程，是两个命题（集）h与a之间的关系。概率不是命题本身

① 同上，1929，p.9

的性质。因此，说“a可能”、“a有一个概率度”是没有意义的，就象说“c大于”、“c小于”一样没有意义。当然，可以允许h是个空集（记作∅），但此时a/∅仍然并不刻划a“本身”的性质。你不不偏爱“a可能”，“a有一个概率度”之类的说法，但如果你这是在谈论凯恩斯的概率理论的话，就得先清除这些说法的本来含义，赋予它凯恩斯理论的整个概念框架所规定的意义。正如“a为正”、“b为负”并非a与b本身的性质，而仅仅表示a与o、b与o的关系一样。把概率当作推理过程的一个直接结果是：即使a已被证明为假，“在前提h下，a有一个合理可信度”仍然可能成立。

在这里，凯恩斯陷入了一个严重的困难。他既把概率当作命题间的关系，却又不加批判地接受传统逻辑的二值划分，将真或假视为命题的客观属性，“所有的命题都或真或假，但我们对它的知识则有赖于情境，……[1]这个意义而言，概率是主观的。”①但演绎逻辑却是客观的，人们之所以对经过演绎证明或反驳的命题，主观上有一种确定性感觉，乃在于演绎过程的客观必然性。主观的概率推理过程如何能与客观的演绎相协调，如何能作为演绎的推广呢？凯恩斯争辩说：“概率的理论是逻辑

① M. Keynes, A Treatise on Probability, 1928.

性质的，它关心某种信念的度，在一定条件下接受这种信念是合理的，但它不关心各色人等的实际上的信念，这些人可能是理性的，也可能是非理性的。”①演绎推理以客观的必然性说明主观的确定性，凯恩斯则倒过来，以主观信念的合理性来缓和与清洗概率推理的主观色彩。问题出在，凯恩斯如果把他的思想贯彻到底，那么“真”与“假”就只能作为概率的两个极端赋予命题间的关系，赋予推理过程，而不能无条件地赋予命题本身。但在凯恩斯当时，要求他审慎地谈论命题的真假，精确地考察“真理”概念，无疑是太苛刻了。后面我们还有机会回到“真理性”问题上来。

凯恩斯承认，“合理信念的度”这个术语已经表明，概率在一定意义上是定量的，可测度的。但凯恩斯不象他之前的某些概率理论的作者那么乐观。这些作者认为在各种不同的概率之间进行“数量的比较”“必定是理论上可能的。”德·摩根（De Morgan）说：“无论什么地方，只要用得上较大较小这些术语，那么，即使我们实际上还不能测量，我们也总可以谈论二倍于、三倍于等等。”②有人甚至一本正经地提出过“测量概率的

① M.Keynes A Treatise on Probability .1929. P.4
② M.keynes, A Treatise on Probability, 1929, P.21

温度计。”①凯恩斯认为，不论何种概率都有一个绝对的数量标度的观点，不符合概率推理的实际，是理论上的失误。概率并不总能作数字的量度，并非由于计算太过复杂，而是理论上不可能。换言之，凯恩斯概率理论的概念框架，是不能嵌入实数一维连续统中去的。我们试观察一幅无名氏的美术作品，发现一些与某位画家的作品相似的特征，于是推断作品属于这位画家。这是一个概率推理。相似特征越多，概率度就越高；但是难道我们能够用数字测度概率的增加吗？我们可以说某人比另一个人更象第三个人，但是难道我们能够说某人与第三个人的相象是另一个人的两倍吗？所以，概率即使可以比较大小，也不一定可以用数字测度。凯恩斯的怀疑态度比那种漫不经心的乐观说法更符合人们的概率推理实际。

更进一步，甚至概率的相互比较也不总是可行的。试考虑对某一理论概括所进行的三组不同的实验。第一组仅在包含的个例上数量最多；第二组通过相当审慎地改变一些不相关的条件来进行；第三组则将概括放到更广的范围内作验证。那么，哪一组实验与结论的关系具有最大的概率呢？根本无法进行比较！有一种说法认为，虽然不能对任两个概

① M.Keynes A Treatise on probability, 1929, P.20

率作比较，但在一切情况下，我们至少可以对推理a/h与它的否定$\bar{a}$/h①进行比较。凯恩斯则连这一点也否认。如果没有气象资料，人们出门之前，对更可能下雨，还是更可能不下雨，或两种可能性相等，根本无法有一种判断，带不带伞完全是由别的因素决定的。然而，在凯恩斯看来，即使没有气象知识和资料，关于下雨或不下雨的推理仍然是赋有概率的，只是不能比较而已。

能不能作数字的度量，能不能进行比较，全要视具体情境而定。凯恩斯承认，整个问题“既微妙又困难”，② 他是带着“几分犹豫”③ 提出自己的解决方案的。但他也坚信，“某种与他此处提出的结论相似的东西是正确的。”④

凯恩斯用来整理安排概率间相互关系的基本概念是“序”。序是从数量、大小、比较等概念中提炼出来的，但它又比所有这些概念广泛、抽象得多。例如，自然数集合按它的自然大小组成一个序：1、2、3、4、……，但也可以按另外的方式来安排自然数集合的序，比方说，令所有的奇数在前，按自然大小排，再令所有的偶数在后，也按自然大

① “$\bar{a}$”表示命题a的否定。

②，③，④ M. keynes, A Treatise on Probability, 1929, PP.34—36.

小排，这就产生了一个新的序：1、3、5、…2、4、6、…。仍用符号“<”表示序中的前后关系，则在新序中|0|<2。也许用相似性来类比概率更能显示“序”概念的意义：就封面材料而言，一本硬装蓝色封皮的书比一本平装红色封皮的书更相似于另一本硬装红色封皮的书；但就封面颜色而言，相似度的比较倒过来了。现在，概率的数字测度与可比较性也作为较抽象、较广泛的“序”的特殊情况而作了处理。任何概率都在“序”的概念图式中占据一个位置。图3—1由若干条连接0与1的直线和曲线组成。0表示不可能性，1表示确定性。任何概率与0、1都组成一个序，因此与0、1都可比较，$0<a/h<1$。但任两个概率却并不总位于同一条线上，因此并非总能进行比较。一种有趣的特殊情形是，当证据h增加到$h\cdot h_1$，则两个概率a/h与$a/h\cdot h_1$是可比较的，即三个式子$a/h\cdot h_1>a/h$，$a/h\cdot h_1=a/h$与$a/h\cdot h_1<a/h$必居其一。显然，较接近确定

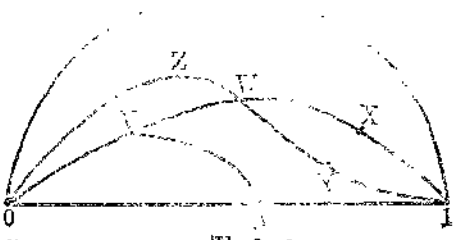


图 3—1

性1的点表示较大的概率，如图 x>w>v。只有位于连接0、1的直线段上的点才表示可测度的概率。同一概率可以位于不同的序，如图，w位于两条曲线的交点，它代表的概率可以与两个序中的任何概率比较。在具体问题中，这样的图式都有待根据条件具体地建立。凯恩斯则以系统的方式说明了在什么情境下，这样的图式可以建立，以及如何建立。限于篇幅，我们不能面面俱到地介绍整个系统。下面我们只对概率的相等关系如何建立作较细致的说明。这个方面确实也是最基本最重要的。

3-3 无差别原理

发现一条等概率性能据以建立的原理，在概率论历史上曾是一个最基本的问题。凯恩斯称这样一条原理为“无差别原理”，而最初，它是在“不充分推理原理”的名下由J·伯努利（Jacob Bernavlli）引进的。它是说：“如果没有已知的理由可以使我们预见若干备择中的一个比另一个更可能，那么对这些备择中的每一个的断言就都具有相等的概率。”①这条原理看上去是自明的、易领悟的。若

① M. keynes, A Treatise on Probability, 1929, P.42

千个对象，谁也不出人头地，谁也不矮人一截，它们自然是一般高啰！但是凯恩斯提出了争辩，他说这样一条原理实际上是以假定每两个概率都能比较为前提的，因为总能比较，而又看不出它们有大小之别，故而认为它们彼此相等；但要是概率不总是可以比较，它们能既非相等，又非不相等，则不充分推理原理就不适用了。其次，他指出，在目前这样的叙述方式下，这条原理是会导致悖论的。凯恩斯的目的，是对原理作出修正，限制它起作用的范围，从而把暗含的那层凡概率总能比较的意思驱逐出去，并且避免悖论，使支配等概率性的规则有效地建立起来。

先举一个不充分推理原理导致悖论的例。设想一个句子 a，比方说，“这本书是红的”，我们不掌握任何证据以判明它的真假，此时，该句子为真与该句子的否定“这本书不是红的”为真的概率，按上述原理应该相等，都为$\frac{1}{2}$。但我们很容易造出另外两个句子 b、c，比方说，“这本书是蓝的”“这本书是黑的，”同样对它们的真假不掌握任何证据。因此，这两个句子也应该分别与它们的否定一样，具有$\frac{1}{2}$的概率。但这样一来，a、b、c 这三个句子的逻辑和的概率等于$\frac{3}{2}$，这就是悖论。可以

这样设法来消除悖论：要求事先知道可能的颜色一共有多少种，比方说，共有七种颜色，则等概率地在七种颜色之间分配，而不能在“红”与“非红”间分配。事实上，分配给“非红”的概率应为$\frac{6}{7}$。问题在于，原理本身并未提出事先必须知道一共有多少种颜色的要求，换句话说，当我们分配给“红”，“非红”，“白”，“非白”分别以$\frac{1}{2}$的概率时，我们并未违背原理。这种为了消除悖论事后设计的要求提示了对原理应用上的一种限制——对称性。在此例中，对称性体现在不同的颜色之间，而非一种颜色与它的否定之间。对称性条件将成为凯恩斯修正原理的实质步骤。作为原理的一部分，这一条件应该怎样描述呢？

再看一个悖论。设想一个装小球的坛子，只知坛内共有n个小球，并分成黑、白两种，但不知黑白各几何，那么，对于坛中白球与黑球的可能比例数的概率，至少可以有两种看法：第一种看法，认为可能有的n＋1种比例（0:n，1:n－1，…n－1:1，n:0）是等概率的。另一种看法，认为黑白球的每种可能的组合是等概率的。不失一般性，假定坛中有四个球，记为A、B、C、D。按第二种看法，坛中有一个白球相当于四种组合情况，即A白其余黑，或B白其余黑，或C白其余黑，或D白其余黑；有两

个白球则相当于六种组合情况，即A、B白其余黑，或A、C白其余黑，……，或C、D白其余黑。因此，按第二种看法，比例数为$\frac{1}{4}$的概率就小于为$\frac{2}{4}$的概率。但是这两种看法都符合不充分理理原理。消除这个悖论也得借助于“对称性”条件。

凯恩斯现在把无差别原理叙述如下：“如果没有已知的理由可以使我们预见若干备择假设中的一个比另一个更可能，并且这些备择假设关于已知的证据是对称的，那么对这些备择假设中的每一个的断言都具有相等的概率。”

但是“对称”又是什么意思呢？这需要就证据与备择假设相关或不相关两种情况来解说。当证据h_1添加到h上时，假设x的概率发生变化，即$x/h\cdot h_1<x/h$或$x/h\cdot h_1>x/h$，就说h_1与x相关，否则，如果$x/h\cdot h_1=x/h$，h_1就与x不相关。严格地说，h_1应是原子命题；因为若h_1是复合的，则尽管它整体不改变概率，它的某一简单的部分却可以改变概率。例如，h_1表示“聪明但是懒惰”，x表示学业优良，h_1的两个成分分别都能影响x的概率，但由于施加的作用一正一负，它们的合成可能对x的概率并无影响。但此时若说h_1与x不相关似乎有点说不过去。凯恩斯另用一个“权”的概念描述这种情况。上例中h_1不影响x的概率，但是增加

了x的“权”。并且，即使 h_1 减少x 的概率，它也仍增加x的“权”。“权”的概念旨在刻划对有关假设的整个局面的知识增长。因此，著名的“先验概率”在凯恩斯那里就被定义为“权”处于最低时的概率。

在证据与假设不相关时，对称性主要通过对备择假设的语义和形式的分析来考察。首先要求把备择假设分解到最简单的语句，上面摸球一例中，如用$\phi\left(\frac{1}{4}\right)$ $\phi\left(\frac{2}{4}\right)$、分别表示白球所占比例为$\frac{1}{4}$或$\frac{2}{4}$，初看它们似乎是对称的，但将它们分解为所有的可能组合，就显出并不对称。凯恩斯指出：“我们关于 a 的意义的知识必须被认为是相关的，原理则仅在我们关于 b 的意义也有相应的知识时才能适用①。”摸球例中，我们关于两个比例数$\frac{1}{4}$与$\frac{2}{4}$的知识并不对称，前者包含四种组合，后者包含六种，所以，修正了的原理对之不适用。

当证据与备择假设相关时，对称性的定义如下：如果 f(a)是证据h的一个独立部分，且与假设 ϕ(a)相关，而h也以 f(b)为它的一个独立部分，此时我们说备择假设ϕ(a)与ϕ(b)关于h对称。通俗地说，证据h 以同样的方式谈论到 a和 b，则 ϕ(a)与

① M. keynes, A Treatise on Probability, 1929, P.68

$\phi(b)$就是关于h对称的。如果我们已经从坛里摸出过两只白球，作为证据它当然与关于两个比例数的判断$\phi\left(\frac{1}{4}\right)$、$\phi\left(\frac{2}{4}\right)$相关，但是显然不对称，它谈论$\frac{1}{4}$的方式根本排除了这个比例数的可能性，而谈论$\frac{2}{4}$的方式则增加了其可能性。

这些术语、定义、符号可能已经使你厌烦了。为了得出一条能避免悖论的等概率原理，付出这些代价是值得的。凯恩斯所构造的概率公理体系，其形式结构与数学概率论并没有什么不同。但他既然把概率理论看作逻辑推理理论的拓广，在处理上就表现出某些特色。例如，矛盾律、排中律等，是作为公理体系的定理重新得出的。又如，由于并不假定概率都能测度，虽然也有“加法定理”，“乘法定理”，但对何谓“加”、“乘”却又需另作定义。此处无法细致地展开整个体系，我们感兴趣的，是凯恩斯怎样用他的概率思想和理论解决归纳问题。

3-4 归纳的两大要素——相似与纯归纳

归纳是凯恩斯所谓概率推理的最重要类型。

"归纳过程在任何时候都构成人心机制中活跃而习见的部分。只要我们在经验中学习，我们就在使用归纳过程。"①归纳的特点是什么呢？人们认为归纳推理是合理的，其根据何在呢？对这些问题，凯恩斯提出了与前人不同的回答。

凯恩斯把归纳分解为"相似"与"纯归纳"两大要素。他深中肯綮地指出：通常人们对归纳的描述都忽视了"相似"这一要素，只看到纯归纳一面。例如休谟，在他怀疑归纳法时，就对归纳作了这种片面的描述。"所有的蛋都是相象的，但是没有人会仅仅因为这种外形的相似，就期望它们有相同的滋味，"②人们非吃了许多蛋之后，才会得出一条结论：蛋有同一种味道。于是休谟深感奇怪，"既然一个例证（比方说，吃一个蛋），与一百个例证（比方说，吃一百个蛋）毫无差异，为什么从一个例证中就推不出从一百个例证中推出的结论呢？"③休谟以为归纳仅仅基于例证数目的增加，而他又实在不明白数目的增加怎么会有利于推论？"我不能发现，也不能想象任何那一类推论。但是如果有任何人肯指教我，则我愿虚心接受。"④

① M. keynes, A Treatise on Probability, 1929, P.217

②，③ 同上，另参见《人类理解研究》，第35，36页。

④ M. keynes, A Treatise on Probability, 1929, P.217，另参见《人类理解研究》，第96，98页。

凯恩斯现在来教你误了。你误把吃一百只蛋当作“完全一律”的实验。其实，除了所吃的都是蛋，以及它们在外形上十分相象，这些实验在其他许多方面是非常不同的。可以在城市里吃，也可以在乡村里吃，可以六月暑天吃，也可以寒冬腊月吃，吃的可能是新鲜蛋，也可能已经陈旧甚至腐败。这些差异对于人们得出结论来说是很重要的。有意思的是，凯恩斯反把这些差异也叫做“相似”，不过是“负相似”。我们很快就会看到这种说法的深刻性。

凯恩斯把归纳推理的目的界定为建立两种相似性之间的“本质联系”，例如蛋的外形的相似与它们的滋味的相似之间的本质联系。确切地说，已有一定数目经过观测的例证，它们在某些方面(A和B)相似，在另一些方面（C、D等）又不相似，归纳推理便是在未经检验的事例中也断言：只要有A方面的相似，就必定有B方面的相似。不难想见，那些已经观测过的例证，在C、D等不相似的方面差异越大，对A与B联系的紧密性的断言越牢靠。在同一种环境下观测到一百只白天鹅，固然也能“归纳出”天鹅皆白的结论；但如我们在彼此差异很大的环境条件下观察过一百只白天鹅，则我们对上述归纳概括的“合理信念”必将大大增加。这些不相

似的方面对于“紧密联系”的相似方面来说是非本质的，但是对于得出归纳概括的推理过程又是十分重要的。差异越大，相似越甚，以“负相似”名之，实形神俱传。

观测过的事例a_1，a_2，…，a_n在性质ϕ方面相似，写作$\phi(a_1)\cdot\phi(a_2)\cdot\cdots\cdot\phi(a_n)$，可简写为$A^{a_1,\cdots,a_n}(\phi)$。

$a_1,a_2,\cdots,a_n$在ϕ'方面负相似则简写为$\overline{A}^{a_1,\cdots,a_n}(\phi')$，显然$\phi'(a_1)$，$\phi'(a_2)$，…，$\phi'(a_n)$中至少有一个成立，也至少有一个不成立。凯恩斯还区分了“全正相似”与“已知的正相似”，以及“全负相似”与“已知的负相似”。归纳概括$\forall x\,[\phi(x)\rightarrow f(x)]$①简写成$g(\phi,f)$，这种写法醒目地表明：归纳概括是对两个正相似$\phi$与$f$之间的紧密联系的断言。

负相似对归纳推理的作用极端重要。如果已经观察过的几个事例达到了“全负相似”，也即达到了对实验的完备控制，那么增加实验例数就没有什么意义了，纯归纳此时不起作用。不难想见，当实验条件绝对一致，一百个例并不比一个例更有力量。重要的是实验条件的“各整历经”。然而，

① 表示“对所有的x，如果x具有性质ϕ，那么它也有性质f”，符号“$\forall$”叫做全称量词。第六章将对形式符号作较详细的介绍。也可参见本丛书胡作玄《第三次数学危机》一书。

"全负相似"是一种理想状态，在实际推理中是达不到的。我们不可能穷举所有的实验条件，也不可能绝对精确而充分地知道各种条件互相区别的方式。在这种情况下，增加例证数目将有助于推论。世界上不会有两件事情是完全相同的，因此，引进新的例证就总有可能引进新的"负相似"，从而加强推理的可信度。下面分几种类型讨论一下相似推理，并稍许细致地考察一下纯归纳的作用。

3-5 相似推理的几种类型

第一种类型，凯恩斯称之为"完备的相似。"它须满足三个条件：

1．我们对已经观测的事例a_1，a_2，…，a_n有完备的知识；

2．所有观测过的例证具有正相似ϕ与f；

3．对于观测过的例证，$\phi \cdot f$已经是"全正相似"，即不存在另一种性质ϕ_1，它与$\phi \cdot f$独立，并且 $A\ (\phi_1)$。
$a_1, \cdots, a_i$

如果某种推理情境满足这三个条件，则纯归纳在这里纯属多余。根本无须再作任何进一步的观

测，g(ϕ，f)就已经牢固地确立了。事实上，在此情境中，我们甚至不知道除了a_1，…，a_n之外，还能将归纳概括$\forall x[\phi(x)\rightarrow f(x)]$用于哪一个别的例证上。假定另有一个$a_n+1$，成立$\phi(a_{n+1})\cdot f(a_{n+1})$。因为ϕ·f是$a_1$，…，$a_n$的“全正相似”，即ϕ·f讲到了“所有”$a_1$，…，$a_n$共有的性质，考虑到$a_1$，…，$a_n$共有着一个既特殊又平凡的性质，即它们都属于集合$\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$，所以这个性质在ϕ·f中也讲到了。既然$\phi(a_{n+1})\cdot f(a_{n+1})$，因而$a_{n+1}$也必定具有属于集合$\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$这个性质，换言之，$a_{n+1}$不外是$a_1$，…，$a_n$中的某一个，并非“另一个”例证。可见，完备的相似是一种封闭的、循环的推理情境，从它不会推出新的知识来，颇类似完全推理的重言式。这种情境实际上并不存在。凯恩斯之所以把它作为第一种类型提出来，是想表明，虽然它是可望不可即的“理想境界”，却规定了其他一些归纳推理类型所追求和瞩目的方向。在其他类型中，纯归纳（即例证数的增加）将起作用，而其作用就表现在将推理情境向接近完备相似的方向推去。

第二种类型。满足第一种类型的条件1和2，即对已经观测，并在ϕ，f上正相似的例证a_1，a_2，…，a_n具有完备的知识，但不满足条件3，即除了ϕ

和f，还存在另外的性质ϕ_1，也属于a_1，a_2，…，a_n的“正相似。”这种类型的推理可写成

$$\frac{a_1, \cdots, a_n}{S(\phi, f)} / A(\phi \cdot \phi_1 \cdot f)$$，其中ϕ_1不包含在$\phi \cdot f$内。

推理的目的在于建立相似性ϕ与f之间的“本质联系”，达到只要有性质ϕ就有性质f的结论。但在已观测过的例证a_1，…，a_n之间，还有另外的相似性ϕ_1。ϕ_1与f之间是否也有某种不可忽略的联系呢？具有性质ϕ_1是否也为具有性质f作出了某些贡献呢？在ϕ_1中是否也隐藏着f的一部分的“影”呢？容易想见，ϕ_1内容越丰富，推理出错的危险就越大。为了加强推理，就要使ϕ_1的内容越贫乏越好。此时，纯归纳有用武之地了。ϕ_1固然在a_1，…，a_n之间是正相似，但进一步的观测可能使它变成负相似，如果终于出现了仍具有性质ϕ和f但不具有性质ϕ_1的例证，ϕ_1与f的联系就被斩断了。例证的增加倾向于使ϕ_1的内容贫乏化，倾向于使推理类型接近于完备的相似。当然要害并不在例证的数目，也许增加了不少例证，却仍然都具有ϕ_1，这就几乎一点都没有加强推理的力量，接着的一个例证要是一下子使ϕ_1的内容减少了大半，它就大大提高，推理的概率。

第三种类型。将第二种类型的条件1放宽。假

定我们对已经观测过的例证的知识并不完备，它们之间的正相似$\phi\cdot\phi_1\cdot f$仅仅是“已知的相似”，并不是“全相似”；不妨再假定它们之间还有一些负相似ϕ'，于是整个推理过程可以写成

$g(\phi,f)/A(\phi\cdot\phi_1\cdot f)\cdot\overline{A}(\phi')$，其中$\phi\cdot\phi_1\cdot f$是$a_1, a_2, \cdots, a_n$ $a_1, \cdots, a_n$

“已知的正相似”，ϕ'是“已知的负相似。”推理可沿着两条途径加强：一是丰富我们对已经观测过的例证$a_1, \cdots, a_n$的知识，这似乎不是一般归纳推理的途径，而是具体科学研究的途径，当这条途径难以进行，或达到一个极限时，另一条途径便是增加例证。这种类型的一个重要特点是，单纯的例证数目，即纯归纳的作用现在也加强了。当不可能通过具体研究途径开拓对例证的新的知识时，就只有通过观测新的例证来调整我们关于已知性质相互关系的认识。同上一类型，增加例证有可能将正相似ϕ_1的部分（或全部）内容转移到负相似ϕ'上去，从而加强ϕ与f的联系；更重要的是，如果例证数目有可观的增加，而ϕ与f又总是联系在一起，就越来越能表明“已知的正相似”正在接近“全正相似”。当你实际上据有“全相似”的知识，却又不知道其为“全”的抑或仅为“已知”的，那它还只是“已知的相似”。知识是知识，对知识的完备性的

评价又是一种新的知识。在此情形中，例证的大量增加，就提供了这种评价性的知识，表明“已知的相似”，几乎实际上就是“全相似”，以此把推理情境推向第一种类型。

上述分类，远不能囊括所有的归纳推理过程。凯恩斯还提出过好几种更复杂的类型。但要说明基本思想，上面三种就已经够了。

深化知识也好，增加例证也好，都是为了把推理情境推向“完备的相似”。科学方法的特征，主要在前者；日常粗糙的归纳推理，则更侧重后者。在科学中，“只有当关于例证的明确知识达到极限时，我们才注重它们的数目。”凯恩斯正确地指出：“在大多数通常称为归纳的科学推论中，我们以过去的经验为基础作出正确预言的概率，比过去经验的单纯数目更多地取决于过去的情境与当下须使预言生效的情境之间的相似度，”①但他也正确地作了区分：“当我们已有的知识很充分，相似性也足够地好，则推论中纯归纳的部分是次要的。而当我们对例证拥有的知识很薄弱，我们就不得不多多地依赖纯归纳。”② 总之，纯归纳在成熟科学中是“最末的一招”，而在学科的草创时期，它又是

①，② M.Keynes, A Treatise on Probability, 1929, P.240—241

“首要的一招。”

3-6 纯归纳的作用及归纳的辩护

无论怎样相象的事物彼此间总有差异，因此，引进新的例证就可能减少非基本的相似性，扩大负相似，从而加强推理的概率。“由于这个理由，仅仅由于这个理由，新例是有价值的。”① 这是对纯归纳作用的定性说明。人们或许希望精确地了解一下纯归纳起作用的一般方式，以及为了发挥这种作用，需要怎样的一些一般条件。为了回答这些问题，不可避免要作一点简单的数学计算和推导。缺乏兴趣的读者尽可以跳过，但最后出现的等式是关键的，凯恩斯之为贝叶士派，在这里显示得最清楚。

已知：在观测例证之前就有的知识为h，归纳概括g（ϕ，f），g的几个肯定例证x_1，…，x_n，即A（ϕ·f），或作$\phi(x_1)\cdot f(x_1)$，…，$\phi(x_2)\cdot f(x_2)$，…，$\phi(x_n)\cdot f(x_n)$，…$\phi(x_n)\cdot f(x_n)$，求概率$g(\phi, f)/h\cdot A(\phi\cdot f)$，以下简记作$g/hx_1\cdots x_n$

① M.Keynes, A Treatiseonprobability, 1929, P.283

x_1，…，x_n

解：不失一般性，假定已有知识h中不包含区分x_1，…，x_n的知识，即

$x_1/h = x_2/h = \cdots = x_n/h$

记$P_n = g/hx_1\cdots x_n$　　（所求的概率）

$y_{n+1} = x_{n+1}/hx_1\cdots x_n$（从h和已经观测的例证推出下一例也为肯定的概率）

容易证明$\frac{p_n}{p_{n-1}} = \frac{1}{y_n}$（这一步怎么来的，不必追究，纯是机械的形式计算）

∵$y_n < 1$，∴$p_n > p_{n-1}$（n个例证总比n－1个例证强）

逐步叠代得　$p_n = \frac{1}{y_1 y_2 \cdots y_n} \cdot p_0$

此处$p_0 = g/h$，表示先验概率，

进而推得　$p_n = \frac{p_0}{p_0 + (1-p_0)\cdot(x_1\cdots x_n/gh)}$

（推导过程亦可不必追究）

该式子中出现了一个陌生的成分$x_1\cdots x_n/gh$，它表示假定归纳概括g不真，而已有知识h如旧时，x_1，…，x_n为肯定事例的概率。既然归纳概括g不真，那么观察下去早晚会出现否定事例，所以这个概率随n的增加而减小。

如能表明，当$n\to+\infty$时，最后一个等式中的$p_n\to 1$，则纯归纳的有效性就得到了辩护。分析上

述等式，得出

$$\lim_{n\to\infty} p_h = \text{所需要的两个条件：}$$

1．先验概率p_0为“有限概率，”即存在$\eta>0$，使$p_0>\eta$。

2．存在$\varepsilon>0$，使得在某一自然数γ之后，

$$x\gamma/x_1\cdots x\gamma_{-1}\ g^h<1-\varepsilon$$

凯恩斯以前强调过并非所有的概率都能测度和相互比较。但作为纯归纳有效性的条件，有关的概率都出现在与数量比较的不等式中。为了弥补这个漏洞，凯恩斯曾另铸一个适用于可测度与不可测度两者的“有限概率”概念，以使自己的论述严密化，旁逸斜出，不追细述，提一下便了。

根据条件1，为了使纯归纳有效，必须事先从别的来源保证一个“有限的先验概率”。这里凯恩斯接触到了贝叶士派与非贝叶士派分歧的核心。

对于凯恩斯来说，先验概率是纯归纳借以安身立命的基础。只要先验概率得到辩护，归纳法就有了“通灵宝玉”，有了合法身份证。在凯恩斯之前，耶方士（Jevons）曾主张任何未经检验的假设都与它的否定赋有等概率，这就足够了。但凯恩斯已证明耶方士所依据的“无差别原理”是会导致悖论的。作为先验概率的辩护人，他还得另辟蹊径。

凯恩斯的辩护词怎么写法呢？他需要一个关于系统有限性的假定。可以把归纳概括$\forall x(\phi x \to fx)$〔$g(\phi, f)$〕中的性质ϕ，f叫做“表观性质”。论域中客体的“表观性质”允许有无限多，但它们的“原发性质”却可能是有限的。凯恩斯把自己的抱负限制在解决原发性质为有限的系统里的归纳问题，即为有限系统里归纳推理的有效性作辩护。如前所述，要辩护的只有一点：在有限系统里，归纳概括$g(\phi, f)$具有有限（不管多么微小都行）的先验概率。记有限系统的原发性质为ϕ_1，…，ϕ_n，表观性质ϕ，f即由它们生出。ϕ_1，…，ϕ_n的所有组合方式的总数也是有限的（一个一组有n组，两个一组有$C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$组，等等），ϕ，f属于同一组的意思是ϕ与f都由该组的若干ϕi生出；此时两者间具有实质的联系，因而归纳概括$g(\phi, f)$将为真。在引入任何例证前，关于ϕ，f是否属于同一组毫无信息。但由于总组数有限，ϕ与f属于同一组的概率具有一个可能极小却毕竟有限的正值（此处可用经过修正的无差别原理）。

凯恩斯的这一解答是相当粗糙的。例如，表观性质由原发性质“生出”一语的含义就很模糊。又如，表观性质ϕ与f之间存在必然联系又何以表现为它们由同一组原发性质生出？质言之，“表观性

质”、“原发性质”这些概念本身的意义也是模糊的。有的评论家很欣赏凯恩斯有限系统的构想①，而且确实也不应苛刻地要求一个总体构想的每个环节都一开始就有确切的含义。但这样一个概率框架的设计理应起一种指导和规范思考方向的作用。如果凯恩斯能够就一个具体的事实（或句子）的系统，展开他的概念框架，使得“原发”、“表观”、“生出”、“同组”这些概念都有明确的范例，那么他的处理也就更令人信服了。遗憾的是他没有这样做。当然作者的局限并不一定是作品的局限，作品的生命是可以超过作者的。凯恩斯没有这样做，不等于别人不能这样做。依我的看法，做一做这个工作也许是不无意义的。

凯恩斯把归纳问题重新表述为有限系统内归纳的有效性问题。在他的概念框架下，这个问题看来是得到解决了。但是无限系统怎么办呢？

事实上，缺乏区分有限系统和无限系统的判据。

凯恩斯似乎否认无限系统的存在，原发性质的有限性在他那里是直接的事实。凯恩斯在把归纳的辩护最终归结为“有限先验概率”的存在时说过一句话：“在某些情况下，我们会感觉到直接假定必

① 参见The World of Mathematics, Vol.2, P.1357.

要条件得到满足是正当的。”①他只考虑有限系统，不谈无限系统，就是这样一种“直接假定”，并通过它向读者传达了一种感受：“有限先验概率”是存在的，因而归纳是能够辩护的。然而仔细想一想，辩护云者，实是假定的结果。凯恩斯说：“如果一句话（例如此处，“有限先验概率是存在的”这句话——引者）由于缺乏反证据而在我们看来是真的，则它事实上就象看来那样是真的，就有了某种理由。”②凯恩斯认为“真理的表象与实存之间有着一种概率关系”，因而可以“凭直接的审视”洞察真理，“这一观念对于认识论至关重要。”总而言之，凯恩斯坦率地自白说，他对归纳的辩护最终只能诉诸“对形而上学的偏好。”③

非贝叶士派的存在对凯恩斯是一副苦药，他们显然不属于凯恩斯所谓的“我们”之列。“先验概率”对他们即便“看来”也不是真的，更不要说事实上是真的了。凯恩斯直接假定系统的有限性，也就是直接假定“先验概率”的存在，这只是作了一个个人的选择，是不能用“看来是真的”加以辩护的。

① M.Keynes, A Treatise on Probability,1929, P.239
② 同上。
③ 同上。

也许真因为对自己行为方式的这种误解，使得凯恩斯忽视数学与经验自然科学之间的根本区别，对数学提出了一种与它的理论和实践都不符合的“归纳逻辑观点。”凯恩斯认为，在数学中，一如在物理学中，归纳是有效的。数学研究中当然不乏这样的例子：通过众多个例的测试提出普遍命题，然后通过演绎证明确立其为定理，或最终找到反例证明其为谬误；但这决不是凯恩斯所谓归纳在数学中有效这句话的意思。请记住，凯恩斯是把归纳当作“证明的逻辑”而非“发现的逻辑”来处理的；还请记住他相信“先验概率”存在是有着“形而上学”含义的。他说数学有归纳的性质，只能意味着，哥德巴赫猜想无论如何有一个“先验概率”度，至今验算过的大量偶数都能表示成两个奇素数之和。不用说提高了这一概率度，即便今后发现反例也不会使它消失为零。总之，我们对猜想的合理信念就用这个概率度测量，猜想本身也可视为已得到了“归纳的证明。”然而，数学并不需要这样的“信念”。一个我们相信到何点的猜想终究并不能进入数学理论本身，它只能等待今后的判决，除非你能表明数学中存在着本性上不可证明而又不可反驳的猜想。归纳在数学中有效，按凯恩斯赋予概率和归纳的意义，无异于承认数学中存在着不可解决

的问题。这是与全体数学家的信念、感情根本冲突的。希尔伯特满怀豪情的宣言："我们必须知道，我们必将知道，"将永远是指引数学家一往无前的箴言。

第四章
频率派的最佳答案

4-1 一个自然的想法

把概率解释作事件序列中有利事件出现的频率，是一种极其自然的想法。许多次地掷一个骰子，出现“1”的次数约占总投掷次数的$\frac{1}{6}$，掷的次数越多，这个比在总趋势上越接近$\frac{1}{6}$，对命题“出现1的概率为$\frac{1}{6}$”的这种阐明已包含了频率解释的核心思想。但这仅是一个初步的朴素的思想，概率一词在别的许多场合的使用，尤其是用于个别事件，如“明天下雨的概率很大”时，一下子并不能看出其中有频率的含义。因此，频率要成为对概率的一种“解释”，还面临着严重的问题和困难。

频率解释的技术成果已为人所周知。数理统计的理论和应用即以一种广泛的频率解释为基础；另

一方面，概率的频率解释也为哲学上和逻辑学上归纳问题的研究作出了可贵的贡献。

用明确的单一的观念（如赖欣巴哈用频率，卡尔纳普用命题的语形关系）解释概率概念，一以贯之地展开对广泛问题的研究，是当代的特色。当各种单一解释都充分展开，形成严正宏大的逻辑理论系统后，就有可能达到更高的综合层次。这里出现了“否定之否定”的辩证法。

历史上概率演算规则的发明者心目中的解释（如果那时已经可以把规则和其解释分开的话）必定是混沌的，这才使得卡尔纳普有可能把频率解释（概率$_2$）归结为确证度解释（概率$_1$），而赖欣巴哈却作出了相反的归结，他写道：“十七、十八世纪发展了这些演算规则的数学家们内心里对概率所作的解释，主要是频率解释，虽然有时也兼采其他的解释。”①看来，比较公正地，应当说概率解释的不同方式在历史上是同时出现和成长的，并非前后相继，也并非此从彼出。

十八、十九世纪之交，拉普拉斯总结二百年概率论研究成果的集大成著作《概率的解析理论》中所提出的古典概型，纯属频率，但他又接受贝叶士

① Hans Reichenbach, The Theory of Probability, 1949. P.68

先验概率的思想，并有发展，在后人看来，他是一个贝叶士派。作为概率概念的基本定义，频率解释是普阿松（Simeon—Denis Poisson）于1837年在其《判断的概率研究》一书中提出的。布尔(George Boole，一种现在非常著名且用途极广的代数的创建人）在1854年出版的《思维律》一书中也用这个定义。本世纪频率派的主要代表人物是冯·米塞斯（Von Mises）和赖欣巴哈，特别是后者，他结合缜密的数学研究，发展出一套完整的频率主义概率逻辑理论，为归纳问题提交了他那一派中最好的答卷。

4-2 概率演算的公理系统

赖欣巴哈理论构造的第一步是建立一个概率演算的公理系统。本世纪在赖欣巴哈之前，概率的公理系统已有好几个，凯恩斯，冯·米塞斯都搞过，柯尔莫哥罗夫（A.Kovuovopob）与赖欣巴哈同时，用集合论测度论的术语构造的概率公理系统，为概率的数学研究提供了最合适的框架。赖欣巴哈何必另起炉灶呢？

须知，赖欣巴哈的目的是解答归纳问题，他所

需要的公理系统不仅应满足前此诸多公理系统都共同满足的数学上的要求，表达出概率的数学结构，更应满足哲学上逻辑上的要求，即以频率解释为核心，表述归纳推理的一般程序并辩护其合理性。前人的工作并没有提供适应这一要求的现成框架。

形式公理系统与它的解释是两回事。从理论上说，形式在先，解释在后。赖欣巴哈在目前这一步上还根本无须提及“频率”，所以他可以象凯恩斯、卡尔纳普等人一样，把概率当作命题间的一种关系来处理，称为“概率蕴涵”，作为演绎蕴涵关系的一种拓广。典型的概率蕴涵关系用下式表达：

$$\forall i\,(x_i \in A \xrightarrow{p} y_i \in B)$$ ①

可读作，对任何i，x_i属于集合A这件事以概率p蕴涵着与x_i相应的y_i属于集合B这件事。例如，A表示所有掷骰行为的集合，$x_i \in A$就表示第i次行为（或事件）是掷骰，相应的y_i表示x_i的结果，B表示所有显示“1”的掷骰结果的集合，$y_i \in B$就表示第i次行为（掷骰）的结果是出现“1”。当骰子匀质时，应有$p = \frac{1}{6}$。又如，A表示肺结核患者的集合，B表示“儿子死于肺结核的人”的集合，肺结

① 关于形式符号，将在后面第六章介绍卡尔纳普的理论时集中交代，请参看。

核患者的儿子不一定死于肺结核，有儿子死于肺结核的人自己也不一定是肺结核患者，如能确定上式中p的值，上式就表示，肺结核患者的儿子死于这种病的概率，这对于肺结核病的遗传研究当然是一项有用的知识。

上式又可以简写作$\forall i(Ax_i \underset{p}{\rightarrow} By_i)$。

这个式子对于赖欣巴哈的理论至关重要。

第一，它将极便于作频率解释；

第二，赖欣巴哈将借助于它重新塑述归纳问题：归纳推理并不是要建立$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$这样的全称蕴涵命题，如“天鹅皆白”，而是要建立$\forall i(Ax_i \underset{p}{\rightarrow} By_i)$这样的概率蕴涵命题，归纳推理成了运用各种经验和规则“认定”（posit）p值的行为，在这个意义上可以说，归纳是从特殊到特殊的一种推理，归纳的合理性在于指导这种行为的经验和规则的效能。

我们不准备全文照抄赖欣巴哈的概率公理系统，仅择其有趣和重要的几条，并作直观的说明，冀使读者“尝一脔肉，而知一鼎之味。”

Ⅰ．单一性

$$(p \neq q) \rightarrow [\forall i(Ax_i \underset{p}{\rightarrow} By_i) \cdot \forall i(Ax_i \underset{q}{\rightarrow} By_i) \leftrightarrow \forall i\overline{Ax_i}]$$

方括号中等价符号“↔”的左边是两个概率蕴涵式的“合取”，它们表示Ax_i以两个不同的概率值p和q蕴涵着By_i，这当然是不被允许的。例如我们不允许掷同一个骰子掷出“1”的概率会有两个不相等的值，让这个合取式等价于$\forall i\overline{Ax_i}$，意即所有的x_i都不属于A（一划“—”表示否定），这就用纯形式的方法表达了概率的单一性。

Ⅱ．乘法规则

$$[\forall i(Ax_i \underset{p}{\rightarrow} By_i)\cdot\forall i(Ax_i\cdot By_i \underset{u}{\rightarrow} Cz_i)]\rightarrow$$

$$\exists w[\forall i(Ax_i \underset{w}{\rightarrow} By_i\cdot Cz_i)\cdot(w=p\cdot u)]$$

Ax_i以概率p蕴涵By_i，Ax_i与By_i一起又以概率u蕴涵Cz_i，那么Ax_i就以$p\cdot u$为概率蕴涵着$By_i\cdot Czi$，这相当于通常概率论中的等式：$p(BC, A)=p(B, A)\cdot p(C, AB)$

Ⅲ、加法规则

$$[\forall i(Axi \underset{p}{\rightarrow} Byi)\cdot\forall i(Axi \underset{q}{\rightarrow} Czi)\cdot\forall i(Axi\cdot Bzi\rightarrow Czi)]\rightarrow\exists r[\forall i(Axi \underset{r}{\rightarrow} Byi\vee czi)\cdot(rp=p+q)]$$

相当于通常概率论中的等式：如果A、B和C三者的合取是矛盾式（用前一个方括号里的第三项表示），那么，

$$P(B\vee C, A)=P(B, A)+P(C, A)$$

个中详情请读者自行体察。

总之，以形如$\forall i(Axi \underset{p}{\rightarrow} Byi)$的概率蕴涵式为基本砖块，借助于别一些形式符号，赖欣巴哈构筑了一个满足数学上要求的概率公理系统，在此系统内能够推出概率论的许多重要定理，该系统区别于其它系统的特点是特别适合作频率的解释。

4-3 概率的频率解释

观察赖欣巴哈公理系的“基本砖块”$\forall i(Axi \underset{p}{\rightarrow} Byi)$，受全称量词“$\forall$”约束的变元 i 在自然数中取值，因此Axi，Byi是事件序列（我们将不区分事件序列和命题序列，把它们看作一回事），“$\underset{p}{\rightarrow}$”表示着两个事件序列之间的关系。在频率解释的第一步上，概率视为事件序列的性质，而不是单个事件的性质。单个事件的概率怎样从频率观点给以说明，恰是赖欣巴哈将要面临的一个难题。

现在对上式作出频率解释。

以$(A)_n$表示x_1，x_2…，x_n中属于A的x_i的个数，例为A 表示掷骰子，则前n次行为中所有掷骰

子行为的次数是$(A)_n$，假如x_i是“打碎一只玻璃杯”，则它自然不算在内。$(A\cdot B)_n$表示$x_1,x_2,\cdots,x_n$中属于A的x_i且与其对应的y_i属于B的个数，假使B表示“掷骰的结果是1”，则$(A\cdot B)_n$就表示前几次行为中属于掷骰且掷出1的行为的次数。显然有$(A\cdot B)_n\leqslant(A)_n$，用$F_n=\frac{(A\cdot B)_n}{(A)_n}$表示事件序列$By_i$相对于事件序列$Ax_i$的频率。容易设想一种情况，随着n不断增大，（如不停地掷骰），F_n越益稳定地趋向一个极限值（如掷出1的次数与掷骰总数之比趋向$\frac{1}{6}$。赖欣巴哈便用这个极限值解释概率p。

$Vi(Ax_i\xrightarrow[p]{}By_i)$本来是一个纯形式之物，比任何抽象派画家的作品，或任一个蒙盖的涂鸦并不具有更多的意义，但经过解释，它有了丰富而精确的含义，即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(A\cdot B)_n}{(A)_n}=p$$

赖欣巴哈不否认对他的公理系还可作别的解释，但它的频率解释有着特别令人满意的优点：使得公理系中的每一条都成了分析性的命题。换一种说法，只要约定用$\lim_{n\to\infty}\frac{(A\cdot B)_n}{(A)_n}=p$来定义$Vi(Ax_i\xrightarrow[p]{}By_i)$，则每一条公理都成了数学极限论中可以

证明的定理，而且这种证明还相当容易，留给有兴趣的读者去作练习。

那么，是否所有的事件序列都具有概率性质呢？换言之，事件序列要有概率性质，需不需要一定的条件呢？需要的话，又是怎样的条件呢？在概率概念的实际应用中，人们是不顾及条件的。但既然概率被解释作频率的极限，那就首先要求事件序列的频率收敛。在冯·米塞斯系统中，除了存在频率极限外，还对事件序列提出了别的要求。赖欣巴哈则胜一筹，只要事件序列收敛就足够了。但是，提出条件就是限制概率概念的应用，要求事件序列收敛，等于对收敛性未知的序列不能用概率概念，这是赖欣巴哈理论所要解决的主要困难，也是归纳问题在赖欣巴哈理论框架中重新表述后的关键所在。

在数学的范围内，这一点并不构成严重的困难。因为数学上的序列通常是根据某种或某些规则给出的，即根据内涵给出的。我们可以通过对规则的考察得知，由它（们）生成的序列是否收敛。但当把概率公理系及其频率解释用于物理现实时，我们怎么能够知道自然界或现实生活（包括科学活动）中的序列是否存在着频率的极限呢？现实的事件序列不是由规则，而是由外延给定的，即通过列举它们的元素给定的。列举永远只能产生出序列的起始一

段，不管这一段多长，终究是有限的；而决定是否收敛的，却是留在后面的那条无限长的尾巴。“尾大难握，”我们既不能根据起始一段（无论多长）的频率值很稳定而证明它收敛，也不能凭借起始一段的频率值杂乱无章而断定它不收敛，那条无限长的尾巴永远可能随时掉转方向。总之，人们无法验证也无法否证现实的无限序列的收敛性；于是，按照赖欣巴哈自己也赞同的实证主义观点，谈论现实的无限序列的收敛性是否有意义，都成了问题。新实证主义要求，对于一个有意义的命题，原则上应能制定一种可行的方法，验证它是真还是假，“意义等于验证文的方法。”谈论现实的无限序列是否收敛，就是从总体上言说现实的无限，这似乎是毫无意义的。

可不可以干脆宣布，现实世界的一切事件序列都是存在着频率极限的。反正“说有容易说无难，”要想反对这条原理的人，事实上根本拉不出一个不收敛的事件序列的实例。你不能证明我错，就意味着我对，过去有些哲学家确实是这样做的。正如赖欣巴哈所说：“传统的归纳讨论被这样一种看法所支配：如果不以物理世界某种基本性质的假定为前提，归纳的辩护便是不可能的。”① 上一章

① The Theory of Piobqbility, P.472

已经说过，凯恩斯为现实世界假定了一个“有限系统”原理。穆勒Mill则主张自然界遵循普遍因果性原理，并称这个原理得自枚举归纳，因为举凡一切世间的事物，人们都找得出它们的原因。针对休谟问题，穆勒相当武断地说，由枚举归纳得出具体的无限全称命题是不可靠的，如“天鹅皆白”，但得出普遍的无限命题则是绝对可靠的，如普遍因果性原理。赖欣巴哈也考虑过这种处理方式，例如不少哲学家标榜“自然界的一致性原理”，认为这理应是科学家的基本信念，因为不然的话，就没有人会去从事科学研究了。如果赖欣巴哈也接受这一原理，事情就很好办。他可以把这一原理具体化，精确化：“自然界的一致性原理”表现为现实事件的无限序列“一致”地存在着频率的极限，就象普通人坚定地相信不停顿地掷骰子，掷出“1”的频率存在着极限一样。问题在于，象“因果性”、“一致性”这类原理，当最初述说出来，或在人们内心深处潜藏着的时候，它们的意义是十分含糊的，它们也许有别一种意义：树立和巩固人们的信念，规定和调拨人们的思路等等。但是此意义不是彼意义；此种意义，在某些场合，就是一声叹息，一个眼神，都可能具有的。此种意义，是情感性的，动机性的，不是认识性的。但当把“一致性”原理特

化为“收敛性”原理，它就获得了认识的意义，就再也不能回避辩护的义务了。不加辩护地以这个特化原理为前提，归纳问题当然很容易解决：既然极限存在，只要把n取得足够大，就能任意接近极限值，以追求概率值p为目的的归纳推理的合理性当然不成问题。但这是一种偷懒的做法，提供的仅是一种肤浅的解答。反对者只消干脆拒绝这一原理就会使整个讨论变成建筑在沙滩上的高楼。

赖欣巴哈不能预先假定序列极限的存在，还有一个理由，那就是，如果这样假定，在一定意义就等于接受了“先验概率”，这是与他在贝叶士派与非贝叶士派之间所作的选择相矛盾的。赖欣巴哈说得好：“我们必须认识到，这种假定，即关于所有可能的经验内容的假定，是不可证明的，因此我们没有理由相信它”① 他勇敢地接受挑战，“尽管有这种困难，我们可以沿着我们所考虑的道路继续走下去。”②

让我们把面临的问题再明确一下：

归纳推理行为的目的是得出$\overset{i}{\mathrm{V}}\overset{\mathrm{p}}{(\mathrm{Ax_i}\rightarrow\mathrm{By_i})}$中的p值，按频率解释，就是要计算$\mathrm{F_n}=\frac{(\mathrm{A}\cdot\mathrm{B})_n}{(\mathrm{A})_n}$

① ② 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，商务印书馆，1982年，第408页。

的极限。在极限确实存在的情况下，人们具有原则上能行的方法，越益精确地计算出极限值，其有效性由数学上的极限论提供担保。因此，在这类情况中，不存在归纳问题。但是实际上，归纳问题是存在的。因为人们用任何方法都不能判定自己是不是处于这类情况中，“说我们知道频率的极限存在，是不对的，但是说我们知道频率的极限不存在也是同样不对的，我们面对的是一种不确定性，我们不知道频率的极限是否存在。”① 在这种境遇下，上述计算足够长起始段上的频率的办法仍旧是归纳推理程序的一部分（还包括别的办法），但是我们怎么能够相信它呢？它的有效性、合理性有什么根据呢？这就是归纳问题，这就是经过赖欣巴哈重新塑述的归纳问题。为了回答这一问题，赖欣巴哈需要一个推广了二值逻辑的概率逻辑。在这一逻辑系统中，“认定”(posit)概念起着主要的作用，它也在解答赖欣巴哈式的归纳问题中扮演着主角。

4-4 在概率逻辑框架内解归纳问题

赖欣巴哈认为，“我们既不知道频率的极限存

① 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，第408页

在。也不知道频率的极限不存在"这样一种不确定的境遇，是我们人类知识面对现实世界时的基本境遇。古典的非真即假的二值逻辑远不能反映人类知识的这种状况。对于已经发生的事件或有限的事件，有关的命题常能判定出真假，但是对未来的推测，对涉及无限的命题，逻辑的二值性观念是误入歧途的。上述序列收敛性的困难，其源盖出于此。因此，必须放弃古典的逻辑二值性观念。

对二值逻辑的批评不自赖欣巴哈始，与他同时，也不止他一个人。但批评的角度，出发点各异，所以导致建立的新逻辑也不同。学问的探求是一种创造性活动，在这里，"先破后立"的权威公式行不通，破的要求，来源于旧知识碰到了无法解释的事实，只有在建立起新的知识将困难克服之后，才有名符其实的破。

赖欣巴哈所建立的概率逻辑，用0到1之间的连续标度取代真和假两个逻辑值；他认为概率性的逻辑真值是与平常人和科学家在作出很大一部分判断时的实际行为相称的。同时，他又认为，真、假二值是割裂连续标度的结果，是一种约定，一如用二进制或十进制表示自然数都不过是约定而已。因此，直截了当地引进多值逻辑去掉二值性，并不带来任何新东西，因为我们只得到了等价的描述——同样

是一种约定。赖欣巴哈所考虑的，恰恰是在二值逻辑的基础上构成一种多值逻辑。在底层，对于个别命题，仍保持二值性，以频率解释为扶梯，往上一层，对命题的序列，由其个别元素的真假值导出概率度。换言之，概率是命题序列的性质，正如真假性是个别命题的性质一样。再往上，命题序列又可以嵌入更高层次的序列中，以此递进。赖欣巴哈成功地构造出这样一个高维逻辑的真值表，一方面满足概率公理系统的规则，另一方面又可以看作通常逻辑真值表的推广（即在它的底层重新得出通常的真值表）。鉴于本书的性质，我们无法介绍这一种概率逻辑的详细项目。只强调一点，上述归纳问题中的困难，以及下述关于如何解决困难的考虑，都能在概率逻辑的框架中用文的术语来叙述，在赖欣巴哈关于归纳问题的主要著作《概率论——概率演算的逻辑和数学基础研究》一书中，这一叙述具有与数学推理一样的严密性。

已经提到过，首先的疑难是，个别事件的概率有什么意义，怎样用频率来解释？如果说，对于朴素的频率解释，这个问题似乎可以排除，不予回答；但在概率逻辑框架内由于概率是命题序列的性质，而概念上又绝不能排除序列由单个命题组成的可能性，这个问题就非回答不可了。搞一个新的逻

辑体系，却带出本来的可不予置理的问题，岂非得不偿失。然而，对这个问题的回答，将提炼一个概念，铸造一把钥匙，有助于主要问题的解答。

实际上，一个严肃的频率主义者，如果他是想要一以贯之地用频率来解释概率在现实中的多方使用，那么，即便没有赖欣巴哈的概率逻辑，这个问题也不应回避，“这场球的胜负”，“这盘赌局的输赢”，“今天天气的晴雨”，“某个人的寿夭”……，现实生活中概率用于个别事件决不少于事件的序列，频率解释何以处之？其它多种对概率的解释，诸如因果强度说，主观期望说、合理信念说等等，在说明个别事件的概率时原则上并无频率解释现在所遇到的困难。可不可以对个别事件采纳别种解释，而将频率解释只限于事件序列，作出一种“综合”的解释呢？这样做，便是理论上的不彻底。综合不应是凑合，以凑合文其表，掩不住实质上的支离和分裂。赖欣巴哈问道：“两种分裂的概率概念是不是语言使用中不可避免的结果呢？”① 他的回答是否定的。

更有甚者，在他看来，象主观信念这样的解释用于个别事件的概率往往是不恰当的，而“一种解释的辩护标准应是它用于预言时的恰当性。”② 试

①，② The Theory of Probability, p.366

举一个例子，人人都知道，雷击死人（即使在荒野上）的概率是非常小的（不管此处的概率是什么意思）。但独自在荒野上行走的人对于他本人将被雷击死这件事的主观信念却常常极其强烈，这种大的信念和小的概率之差导致恐惧的情绪和惊慌失措的行为，所以显然不能用这些人的主观信念来解释“雷击死人”的概率。经验丰富的人与缺乏经验的人，区别在于前者善于调节自己的情绪、期望、信念等等主观的东西以与某种客观的东西相符合。有些人在乌云密布、雷声滚滚的荒野里仍能“啸吟且徐行。”我们不假定他是一个悲观厌世者，正在寻找一种隐蔽的自杀，那么，他是“认定”了客观上雷不会击死他，并调节着自己的主观心理状态，去适应这种客观的东西。这种客观的东西当然是独立于主观的期望、信念等等的，它正是赖欣巴哈要用频率解释的概率逻辑去说明的东西。

对个别事件作频率解释时，决定性的工具是“认定”概念。在雷声下惊慌失措的人事后会辩解说：“我认定我不会被击死，但是我得预防万一。”这种辩解已经表明“认定”与“信念”有区别。但是，能为认定这一概念提供最确切的形象描述的是赌徒的行为。在赌博中，“认定”赤裸裸地表现出来，直接支配着人的行为。

“认定”不是肯定。当人们认定一件未知事情的时候，并不意味着他内心里确信这件事情必定会发生，而只是意味着根据以往的经验和知识，他知道“认定”这件事是他可能采取的最好的行为。赌徒将赌金押在一匹马身上，并不是说，他赋予命题“这匹马将取胜”以真值，而只是他的行为方式，就象这句话是真的一样。“一个认定是一个我们把它看作为真的句子，尽管它的真值未知。”① 这样做当然是有道理的。每一次单个的认定都可能犯错，但只要在同样的情况下多次重复，人们就会取得最大的成功，超过其它行为方式下可能取得的成功。于是，对个别事件的“认定”，就与事件序列的概率联系起来了。

“认定”个别事件时，人们可以利用同类事件序列的频率作参考。例如，赌徒利用赛马历次比赛中的成绩“认定”下赌的对象。换一种说法，对个别事件的认定要成为最佳，须以知道高一层次的序列的概率为基础。这一概率成为个别认定的“权重”。但事实上序列的概率也并不知道，只能靠“认定”。归纳推理的问题是比认定个别事件高一层次的问题，它要求认定一个序列的概率。做法是

① The Theory of Probability, p.373

取有限节段上已经观察到的频率F_n，认定序列将按已观察到的方式继续下去，认定真正的极限值位于F_n的小区间内。但由于并不知道极限是否存在，对于这个认定也需要指定一个权重。于是，我们就必须把序列看作更高一层次的序列的元素，这个权重是由某种概率出现的概率（二阶概率）来给出的。赖欣巴哈的概率逻辑框架，允许循着这条思路，构成认定——权重——高一级的认定——高一级的权重——这样一个多层次的体系，并为每个层次上的认定与其权重之间的相互关系，作出严格的数学表述。

在权重（高一级的概率）已知的情况下作出的认定是最佳认定，自不待言。但归纳推理的实际情形却是：任何一级的权重也都需要认定。赖欣巴哈的概率逻辑的结构本身就反映了这种情况，否则它便不需要无止境地往上升了。通过考虑“认定”与高一级的权重的认定的双向关系，赖欣巴哈摆脱了无穷递推这种逻辑困境，同时也说明了科学体系中归纳推理的实际使用情况。

赌徒先认定了事件序列的概率（赛马以往历次的成绩）作为权重才做出对个别事件（这一次的下赌）的认定。但当我们认定事件序列的概率时，境遇远比赌徒困难。我们既然无法知道极限是否存

在，仅能聊以自慰的是谁也不能否认它的存在，我们怎么能够相信用频率来认定概率具有较高的权重呢？赖欣巴哈对此的回答是：除了用有限节段的频率作认定，还有其它的认定规则，它们也都属于归纳推理的范畴。如果从某个充分大的 n 起，所有其它认定规则都渐渐收敛于第一个规则，那么所有这些规则合起来就为实施最初规则所作的认定，指出了较高的权重，最初规则的合理性也就因此得到了说明。他把这种认定称为渐近认定。

上一层次的权重的认定，可以从下一层次的渐近认定得出。在科学研究中，常常出现把个别认定合成一大类的情况。对一个序列概率的认定，从来不仅仅是根据观察到的有限节段。例如，掷骰中的概率$\frac{1}{6}$，除了可从观察多次掷骰来认定，也受我们以往掷骰经验的影响，还可以用物理实验考察骰子是否匀质来认定。通过一大类经验，就能对概率$\frac{1}{6}$的概率（权重）作出较高的认定。它确实是高一级的权重，就象赌徒对赛马以往成绩的知识给出了当前认定的权重一样。事实上，如果我们掷骰一百次，其频率与$\frac{1}{6}$相差甚多，由于已经从一大类经验得到概率$\frac{1}{6}$的一个较高的权重，我们仍将置实际掷骰结

果于不顾，信心十足地认定只要继续下去，频率将趋于$\frac{1}{6}$。

这个例子说明，我们先从低一级的一类认定中得出对高一级权重的认定，然后又根据权重的认定去修正低一级的认定。赖欣巴哈把这种双向关系称作“个别事实与全部体系之间的特殊张力”，认为它是“所有科学研究的特征，”① 而他的概率逻辑正是提供了刻划这一特征的逻辑图式。

从一类初级认定进到二级认定，二级认定反过来给予初级认定以权重，以此类推，可以进到三级认定，四级认定……。在概率逻辑框架内的证明，这种逐步升级的认定方法，要比停留在初级层次上，靠拉长有限节段来认定的方法导致更快的收敛。例如，一个观察者发现低气压经常伴随着雨天，所以当他观测到气压处于低位时，他就认定会下雨。这个初级认定并不很好，常常使他失望。但如果他同时考虑到气温，因而只在气压低并且气温高的日子认定有雨，他的预言就准多了。原来的认定只依据下雨集在低气压集中的频率，加进气温因素后，参照集变成了低气压集与高气温集的交集，用赖欣巴哈的逻辑述语来说，添加的因素属于二级认定，因而大

① 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，第405页。

大提高了初级认定的权重，加快了收敛。二级认定与三级认定的关系亦复如此。赌博中也有类似情形。一个精明的赌徒，除了考虑各匹赛马记录在案的历次成绩，还考虑到赛马成绩与气候、场地等的关系多种因素，那么，他的个别认定的权重，就将高于初试运气的新手，比别人更可能押中。

“原始认定被更广泛的经验体系所修正”① 这种情况在概率逻辑中得到了精确的表述，整个科学成了“概率逻辑框架中有次序的认定的系统，归纳推理是这个系统中唯一的非分析性质的假定。”②

最后，赖欣巴哈为归纳推理的正当性说出了如下的辩护词：

在序列收敛的条件下，归纳推理能担保以任意的精确度接近极限——收敛性是归纳推理合理性的充分条件。然而，即使没有这个条件，我们脚下也始终踏着一块坚固的基石：“不能说否定的条件成立”，这已足可成为归纳推理合理性的必要条件，商人总是使他的店里货物贮备很丰富，以便顾客来时有东西买。失业者根据报纸上的招工广告寄出申请书，虽然他不知道是否能得到答复。遇难船上的人攀登上峭壁，虽然他不知道救生艇是否能发现

① 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，第407页。
② 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，第407页。

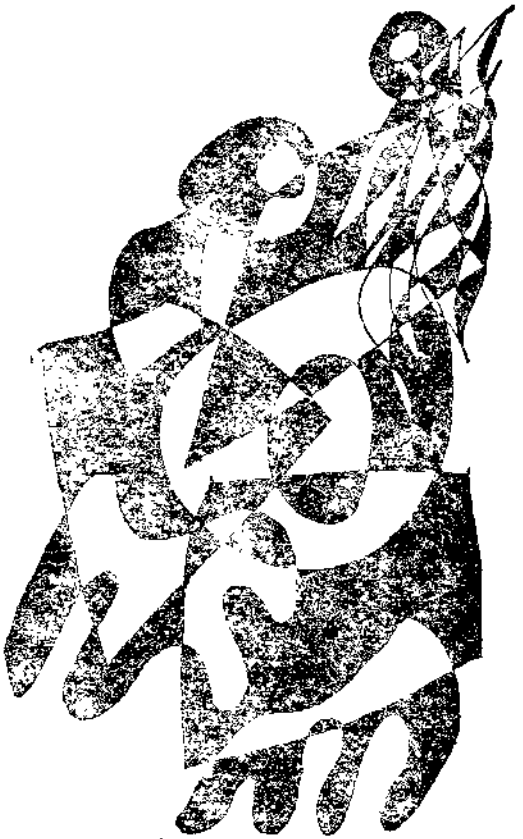
他。所有这些人都发现他们自己处于类似境遇之下——他们满足达到目的的必要条件，而不知道是否满足充分条件。”① 科学家运用归纳推理时也处于这种境况。“科学方法所追求的目标是预言未来，我们把这一目标精确地表述为：科学方法旨在寻找频率的极限。古典的归纳与对个别事件的预言，作为相对频率 = 1的特例，包含在这个一般表述中。已经证明，如果科学方法的目标是可以达到的，那么它就能通过归纳法来达到”。② 因此，当问题仅在于归纳的程序是否正当时，我们并不需多知道极限是否存在。归纳“作为寻找极限的尝试受到辩护”，“作为使预言的必要条件得以实现的工具受到辩护”。“当我们根据归纳规则作出认定，又根据显示不同结果的补充观测修正认定时，我们也就作好了一切准备，只要有极限，我们就能找到它。而如果极限不存在，尽管我们不能找到它，但所有别的办法也同样无能为力。”③ 总之，只要目标确实存在，不是海市蜃楼，归纳就是达到目标的合理途径。当休谟说，归纳推理不能被证明为真时，他是正确的；但当休谟说，归纳的程序不正当时，他就

① 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，第409页。
② The Theory of probability, pp.474—476.
③ The Theory of Probability, p.475.

错了。“归纳的规则是正当的，因为它是认定的工具，它是一种方法，只要对未来的陈述是可能的，我们就能借着这种方法，切实地找到这些陈述。”①

有人把赖欣巴哈的这篇辩护词叫做“归纳问题的实用主义解答”。

① 洪谦主编《逻辑经验主义》上卷，第409页。



第五章
归纳的特殊形态
——数理统计

5-1 并非从特殊到一般

对归纳与演绎的区别，有一种流行的说法：几乎成了教条：演绎是从一般到特殊，归纳则从特殊到一般。这种说法是非常贻误人的。演绎并不总是从一般到特殊，也有从特殊到一般的演绎。① 至于特殊——一般这种对归纳的定义，也只是被贝叶士派有限制地接受，非贝叶士派并不采取这种看法。上章讲过，赖欣巴哈将归纳塑述为寻找命题序列极限值的过程。关于这个极限值的陈述仍旧是一个特

① G.波利亚的名著《数学与猜想》第一卷，（科学出版社，1984）第15—16页，以毕达哥拉斯定理（勾股定理）的证明为例，浅显而令人信服地说明了这一道理。波利亚写道："一般情形能在逻辑上等价于一个特殊情形，这在数学中是那么司空见惯的事，然而，对于初学者或者对于那些自命高深的哲学家来说，仍然可能会大惊小怪"。语见该书第17页。

殊陈述。如果说，研究概率论的纯数学家可以不从哲学上关心概率与现实的关系，但是以概率论为工具的数理统计学家却必须对两者的关系选择一种观点。基本的情况是，贝叶士派的兴趣主要在哲学和逻辑方面，数理统计学家则选择了频率观点，其目的是解决实际问题；同时他们也拥有自己的哲学家，赖欣巴哈便是这一选择的有力辩护者。

数理统计确实也从若干个例（样本）出发去追求对于总体（通常基数很大，甚至无限）的刻划，但它并不追求总体内每个成员共同具有的某种性质，并不企图建立全称命题形式的归纳概括$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$。数理统计把总体当作一个独立的完整的对象来处理，描述和刻划总体本身的性质。这种性质（例如气体的温度）对于总体的成员（例如单个分子）常常是没有意义的。

数理统计之有别于归纳概括，还有另一个特点，即从样本到得出关于总体的结论，需要执行复杂的程序，应用非经专门训练不能掌握的一套技术，远不象归纳概括那样径情直遂。常常，对总体某一种性质的认识，仅仅一个结论是不够的。设想两个国家人口的身高，一个国家在平均值附近波动的人占大多数，另一个国家则特别高和特别矮的人很多，但两个国家的平均身高却相同。显然，为了

掌握人口总体的身高情况，单知道其平均值就不够了，还需要一个刻划差异程度的量——通常用"均方差"。在从特殊到一般的形态中，归纳问题的困难主要是"证明"，贝叶士派把归纳处理为"证明的逻辑"。而在数理统计形态中，归纳问题的困难主要是"发现"，虽然结论得出后也有一个证明（或检验）的问题；数理统计不仅是"证明的逻辑"，更是"发现的逻辑"。

在用数理统计解决问题的一般程序中，我们看到了与现代科学哲学所揭示的科学理论研究活动的诸方面惊人的相似和平行关系，简直可以用数理统计的一般程序来作为演示科学理论活动过程的具体而微的模型。本章我们将以这种相似和平行关系为线索介绍数理统计的一般程序。

5-2 几个重要概念

数理统计的主要理论工具是概率论，为此需要首先介绍概率论中的若干基本概念。

一、随机变量

所有的统计问题都是与随机变量打交道。分子

的速度是随机变量，尽管平衡状态气体的温度是恒定的；个人的身高是随机变量，尽管人口总体的身高平均值和均方差是恒定的（一段时间内）。随机变量的例子俯拾皆是：成批产品中的次品数，车床加工的零件与规定尺寸的偏差，某一特定时刻在公共汽车线路上候车人的数目，每十次掷骰中出现"6"的次数，…都是随机变量。随机变量每个可能的取值是总体的一个成员，数理统计是在变量取值的多变性中把握其总体的不变特征。在具体问题中，分清什么是总体，什么是成员，极为重要。例如，检验产品时，把产品依五十件为一批分成一百批，则五十件一批即为一个成员，但测量零件误差时，则每一件产品就是一个成员。

二、随机变量的分布

笼统地说，随机变量的分布是要说明变量取各个具体值的可能性的大小。如果骰子是匀质的，则各面向上的可能性相同，都等于 $\frac{1}{6}$，因此"向上一面的显示数"这个随机变量的分布如下表：

表5—1

随机变量·骰子的显示数	1	2	3	4	5	6
分　　布	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

用ξ表示随机变量，x_i表示该变量所取的各个具体值，$P(\xi = x_i)$（或简写成$P(x_i)$）表示变量取到x_i的概率，则表5-1是下面一般化分布表的一个特例：

表5—2

随机变量ξ	X_1	X_2	X_3	……	X_n	……
分布$P(\xi=X_i)$	(PX_1)	(PX_2)	(PX_3)	……	$P(X_n)$	……

所有的$P(x_i)$相加应等于1，因为随机变量ξ总得在诸x_i中取一个值。

上面说的是“离散的随机变量”，但在许多实际问题中，把随机变量看作连续的更适当、更便利，此时需用较复杂的分析数学工具。连续随机变量的分布怎样表示呢？列表方式已经不管用了；只能用一根直线（数轴）或数轴上的一个区间表示随机变量，连续随机变量的分布则由“密度函数”表示。

三、密度函数

仍然可以笼统地说，密度函数表示随机变量取每一个具体值的“可能性”的大小，但与离散的情况不同，这里“可能性”已不再就是概率值。“密度”一词非常形象，又非常贴切，对领悟连续随机

变量分布的确切含义很有帮助。如图5—3，随机变量在a、b之间取值，把ab看作一条质量不均匀的细

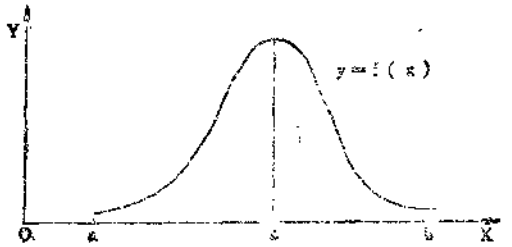


图5—3

线，它的密度变化情况由斜曲线 $y=f(x)$ 表示。可以看出，中点C附近处密度最大，从C往两个方向密度对称地递减，到端点a和b处，密度最小。这样一条越往中间质量越集中的细线是容易想象的。如果这个图表示一个人口总体身高的分布，则它说明：接近中等高度C的人数居最大比例，而往矮与往高两方面去，人数比例同等程度地降低，最矮(a)的人与最高(b)的人一样少。

与离散的情况不同，现在已不能谈论每一个具体取值的概率了。与连续随机变量的每一个取值C相应的密度函数值f(c)并不表示取到这个值的概率。我们只能谈论随机变量在某一小段内取值的概率，就象不能谈论不均匀细线上每个点的质量，而只能谈论某一小段细线的质量一样。如图5—4将线

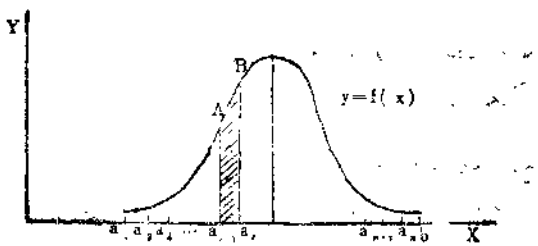


图5—4

段ab分割成许多小段，每一小段上的密度值不妨看作相等，则小段$a_{i-1}a_i$的概率（类比于质量，图中用曲边梯形$Aa_{i-1}a_iB$表示。当分得很细时，梯形几乎变成长方形）等于密度乘以小段的长度$f(a_i)\cdot(a_i-a_{i-1})$，就象一小段细线不妨看作均匀，其质量等于长度与密度的乘积。随机变量在整个线段〔a，b〕上取值的概率等于各小段概率之和$\sum_{i=1}^{n}f(a_i)(a_i-a_{i-1})$，由于变量总得在〔a，b〕上取值，所以这个和式等于1。其实，$\sum_{i=1}^{n}f(a_i)(a_i-a_{i-1})$是个近似等式，因为不管分得多么细，小段上的密度相等毕竟是近似的看法。分得越细，误差会越小，在极限情况下，和式变成积分式，$\int_a^b f(x)dx=1$就是绝对准确的了。没有学过微积分

的读者只要记住，积分相当于一定形式的和，积分是对连续量的求和，这在概念的领悟上常常会有点启发作用。

四、数学期望和均方差

设甲、乙两人玩必分胜负的赌博游戏。假定游戏的规则不公正，以致两人获胜的概率不等，甲为p，乙为q，$p>q$，$p+q=1$。为了补偿乙的不利地位，另行规定两人下的赌注不相等，甲为a，乙为b，$a>b$，问题是a究竟应比b大多少，才能做到公正？精明的赌徒必定会事先算一算，才决定是否参加这场赌博，或选择作为哪一方。我们替乙打算一下，如他赢了，收入a，如他输了，亏掉b（收入$-b$）。他对赌局结果本人"收入"的期望，合理算法是$aq+(-b)p$，乙将在这个式子大于等于零时决定参加，甲的期望是$bp+(-a)q$，是乙期望的相反数，也只有在它大于等于零时，甲才会参加。所以为了对双方公正，应有$aq+(-b)p=bp+(-a)q=0$，事先谁都不占便宜。

推而广之，离散随机变量ξ的数学期望$E(\xi)$是以各可能取值与其相应概率的乘积之和来确定的：

$$E(\xi)=a_1p(a_1)+a_2p(a_2)+\cdots+a_np(a_n)=\sum_{i=1}^{n}a_ip(a_i)$$

对连续随机变量x则有：

$$E(x) \doteq \sum_{i=1}^{n} a_i f(a_i)(a_i - a_{i-1})$$

其中$f(a_i)(a_i - a_{i-1})$相当于概率$p(a_i)$，这在上文已讲明，该式也是近似的，变成积分式为：

$$E(x) = \int_a^b xf(x)dx$$

讲人口身高时提到过差异程度，它是用均方差来刻划的。离散变量的均方差为$\sum_{i=1}^{n} p(a_i) \cdot (a_i - E)^2$，即每一个可能值与期望值之差的平方的期望值。之所以用平方，是因为考虑到可能值与期望值之差或正或负（身高或高于或矮于平均高度），相加以后会互相抵消，反映不出总体的差异程度。连续变量的均方差 $D(x) = \int_a^b (x-E)^2 f(x)dx$。

5-3 初步建模

统计处理的一个重要内容，是建立模型以“说明”已知的经验数据。此处所谓模型，就是观察值所属的随机变量的分布函数。分布函数一旦确立，能重新把观察值计算出来，这就是“说明”的过

程。当然，计算结果一般会与实际观测值有误差。但只要误差足够小，则我们就说所确立的分布函数是问题中随机变量的一个好的理论模型，不然，就应对模型作出调整。

分布函数与观察值的关系，非常象科学理论与经验事实的关系。科学理论是否被接受，要看它说明经验事实是否成功，成功到什么程度，正如统计模型是否成功，要看它与经验数据是否拟合，拟合到什么程度。化学史上曾经有过一种“燃素理论”，它的要点是用一种称为燃素的东西作为说明燃烧中一切现象的物质基础，燃烧即消耗燃素的过程。燃素理论确曾成功地说明过若干燃烧现象，但有另一种现象对它构成了严重的困难：物质完全燃烧，也即燃素耗尽以后，却常常变得更重了。燃素理论的维护者只能事后补充“燃素有负重量”这一非常牵强的假设来回避困难，这样的说明就不能令人满意。所以，当能够更好地与各种燃烧现象“拟合”的氧化反应理论出现以后，燃素理论就寿终正寝了。

为观测值建立起模型——分布函数，人们就能进而预测未来的观测值。这也和科学理论不仅说明已知事实，也应能预言未知的事实一样。

试举一例表明模型与观测值的关系。

掷5次骰子算一个试验。在每个试验中，出现“1”的次数是一个随机变量，它的取值范围为{0，1，2，3，4，5}。做二百个试验，结果如表5—5。

为这个问题建立模型，就是要求出 $p(x=r)$ 的表达式，即5次掷骰中出现“1”r次的概率。设 $r=2$，“1”的这两次出现可以在第1，2次掷骰中，也可以在第1，3次，或第1，4次，…，或第2，3次，…，或第4，5次掷骰中，并且另外三次必须不出现“1”，这样共有 $C_5^2=10$ 种组合，表5—5是其中的

表5—5

第n次投掷试验	一	二	三	四	五
显示数	1	非1	1	非2	非3
概率	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

表5—6

五次投掷试验中显示“1”的次数	观察值	理论值
0	8053	8038
1	8019	8038
2	3208	3215
3	651	643
4	68	64
5	3	2

一种组合，它实现的概率为$\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3$，由于共有10种组合，所以 $p(x=2)=10\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3$。

一般地说，如果事件A（相当于出现“1”）成功的概率为p（因而失败的概率为1－p），则作n次独立试验A成功r次的概率为

$$b(p,r,n)=C_n^r p^r(1-p)^{n-r}$$

在我们的例中，$n=5$，$p=\frac{1}{6}$，所以

$$p(x=r)=b\left(\frac{1}{6},r,5\right)=C_5^r\left(\frac{1}{6}\right)^r\left(\frac{5}{6}\right)^{5-r},$$

$r=0$，1，2，3，4，5，二万个试验中，出现“1”r次的个数为$20000p(x=r)$。比较表5—6的第二与第三列，理论值与观测值符合得很好。如要预测，在以后的一万个试验中，“1”出现4次的试验数，那么它约为$10000\cdot p(x=4)=32$

$b(p,r,n)$称为二项分布，它是一种最简单也极有用的概率模型，适用于在同样条件下进行重复试验或观测的情况。只要所碰到的具体问题属于这类情况，立即可考虑试用这一模型进行预测。

统计学家常常利用“现成”的模型处理问题，二项分布即为其中之一①。最有用的一种概率模型。

① 将概率分布作为数据模型来使用先驱者是十九世纪的Bortkiewicz。在他之前，概率论与统计学是两门分立的学科，前者是纯粹的数学分支，后者则仅限于收集、登记和归类数据。

叫做普阿松分布。他是十九世纪的法国著名数学家，“一个熟谙在行事处世方面不失高贵风度的人。”一开始，普阿松分布只被当作计算困难的二项分布的良好近似来使用，后来逐渐成为一种最重要的概率模型，被称誉为构造随机现象的“基本粒子”。

普阿松分布也是离散变量的分布。我们先写出它的式子，以后再阐明其来源和意义。

$$p(x=\gamma)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{\gamma}}{\gamma!},\ \gamma=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,$$

其中λ是待定参数。

试举两个有趣的普阿松分布的例。

例1 1910年，卢瑟福（Rutherqord）和他的学生兼同事盖革（Geiger）研究α射线。实验装置由一个钋发射源与不远处一块屏组成，他们记录下每隔8分钟打在屏上的α粒子数，一共记录了2608个间隔，结果列于表5—7

λ取3.87的普阿松分布，即$p(x=\gamma)=\frac{e^{-3.87}\times 3.87^{\gamma}}{\gamma!}$与实验值符合得很好。

例2 战争爆发的频数据研究也符合普阿松分布。从1500年到1931年这432年间共爆发过299次战争①。表5—8给出了有γ次战争爆发的年份数的分

① 对怎样的军事行动才算战争需先有明确定义，特别是大规模的战争应被算作若干个战争，如第一次世界大战在这项统计中算五次战争。

表5—7

α粒子数（随机变量X）	观测到的间隔数	理论预期的间隔数
0	57	54
1	203	211
2	383	407
3	525	526
4	532	508
5	408	394
6	273	254
7	139	140
8	45	68
9	27	29
10	10	11
11	+ 6	+ 6
	2608	2608

表5—8

一年中爆发的战争数	观察频度	预期频度
0	223	217
1	142	149
2	48	52
3	15	12
4	+ 4	+ 2
	432	432

布。右边一栏是按$\lambda = 0.69$的普阿松模型 算出的理论值。

有人把日表5—8所显示的绝妙的符合解释成人类具有一种恒定的“敌意水平”，它由每年爆发的

新战争的平均值来测度。有趣的是，把每年结束的战争数当作随机变量，统计结果发现，它也很好地符合普阿松分布，这又似乎表明人类具有一种恒定的“和解水平”。看来，在社会中恒定的既非对战争也非对和平的渴望，而是对变化的渴望。不管解释是否有道理，普阿松模型与战争爆发或结束的频数符合得很好，却是事实。

常见的离散型随机变量的分布还有几何分布，超几何分布，巴斯卡分布等等；最常见的连续型随机变量的分布是正态分布：

$$f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

其中a与σ^2为待定参数，简记为$N(a,\sigma^2)$，此外还有指数分布，r—分布等。

具体问题中的随机变量服从何种分布模型，主要并不是靠观测值的归纳建立的。恰恰相反，只有先选定分布模型，才能考察模型与观察值是否相符，甚至有时候，观测什么都要由模型决定。

那么，分布模型是怎样预先设定的呢？在战争频度一例中，为什么不尝试用别种分布来说明呢？纯粹是靠猜测和运气吗？科学理论的创造是离不开猜测的。哲学家和方法论专家无法向人们提供一张程序表，照此做去，就能保证找到恰当的理论。在

那些必须依靠科学从业者的灵活性和创造力的地方，哲学家们常说，这里有谜底，就在这里猜吧。然而，猜谜也有格。每种现成的分布模型运用于哪些随机变量，是可以不借观测而作出分析的。二项分布适用的情况前面已经说过。普阿松分布的适用标准则为：如果一个事件在每单位"时间"以恒定的平均比率λ出现，则在T单位长度的时间内该事件出现的次数X服从普阿松分布

$$p(x=\gamma)=\frac{e^{-\lambda T}(\lambda T)^{\gamma}}{\gamma!}$$

正态分布的适用范围更广，测量的误差，炮弹的落点，人的生理特征的量度，农作物的产量，……一般地说，若影响某一随机变量的因素很多，而每一单个因素所起的作用又不显著，则这个变量服从正态分布。

不仅选用模型时不必考虑观测值，反过来，观测值的收集倒常常要靠所选定的模型。同一个问题，可观测的量常常有好几种，究竟应该观测哪一种呢？这要根据模型来决定。比方说，作家使用某些常用词的频率是有规律可寻的，能成为鉴定作品真伪的一个依据。在规定长度的词系列中，某常用词出现的次数符合普阿松分布。但观测一定长度词系列中某确定词的出现次数，远不如观测该词的两

次相继出现之间词的数目来得容易。有人检查过普希金名著《上尉的女儿》中前置词“K”的频度，记录下61个连续出现的“K”之间的60个节段上词的数目。这个观察不会白做，因为事先已经知道，当“K”的频度符合普阿松分布时，相继两个“K”之间的词的数目符合另一种分布模型：

$$p(Y=s)=\frac{e^{-s/\lambda}}{\lambda}$$

总之，所以观测这个而不是那个变量，是被模型决定的。

逻辑经验主义后的许多科学哲学家，反对将科学语言截然划分为理论语言和观测语言两种，否认有完全独立于理论的所谓“中性事实”的存在，强调在科学研究中观测什么，怎样观测，事实的建立，事实的确认等等，都离不开一定的理论背景，都受到理论的渗透和参预。证诸科学家的实践活动，确实是如此；证诸数理统计的处理程序，也确实是如此。

当然，现成的模型毕竟是有限的，随着新问题的不断涌现，现成的模型必定会拙于应付。不断建立新的模型，是现代统计学发展的一个重要部分。

5-4 模型的完善化——参数估计

上节普阿松分布的两个例子中，我们留下了一个问题未谈，即参数λ的值如何确定。通常的概率分布模型都带有参数，根据问题条件决定选用何类模型，仅仅是“初步建模”，得到的是一簇模型，要使模型完善化，还必须确定参数的值。我们曾说过，统计处理的目的是从样本得出对总体特征的把握，现在可以更明确地说，这种把握就体现为确定参数的值。通过少数几个参数值，就能把适合当前特定问题的模型从一簇模型中识别出来，从而对当前特定问题中的随机变量总体有了特征的把握。只要模型与进一步的观察值符合得令人满意，我们单靠这几个参数值就已全面地刻划了整个总体。

估计参数值是整个程序中统计味道最足的一环。设问题中的随机变量Y已有几个观察值$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$，参数θ是观察值的函数$\theta = \theta(Y_1, Y_2 \cdots, Y_n)$。θ刻划总体特征，需从若干样本$Y_i$（$i=1, \cdots, n$）求得，这是归纳。但怎样从$Y_1, \cdots, Y_n$求θ，θ函数怎样构造，又大大地不同于“归纳概括”。举例说，正态分布中，参数μ的直观意义即钟形曲

线上最高点的横坐标，理论意义即该变量的平均值（数学期望），为了估计μ，似乎也应该取样本的平均值。但平均尚有几何平均，算术平均，加权平均，调和平均等之分，又该用Y_1，…，Y_n的哪种平均作为μ的估计呢？同一组样本用不同的估计方法会得出不同的估计值。因此，似乎不能认为θ有一个绝对的，先验的值，其它的值都只是对它的近似。应该看作，所有的估计值都是θ的一个确定的值，而又都不是唯一有资格的值。不同的估计值自然有优劣之分，这取决于估计方法（θ函数）的构成，也取决于样本的质量。已经提出一些理论标准对不同的估计方法进行比较和评价。这又和科学哲学中的一致见解相同：并不存在解释特定事实的唯一确定的，具有绝对真理性的科学理论，建立别的理论作重新解释总是可能的，问题是在不同的理论之间进行评价，比较它们的优劣。

评判估计方法的一条著名标准是所谓“无偏性标准”。设θ用函数$f(Y_1, \cdots, Y_n)$来估计，重新把样本值Y_1，…，Y_n看作随机变量，从而$f(Y_1, \cdots, Y_n)$也成了随机变量。如果f的构成使得它的数学期望仍为f，即$\theta = f(Y_1, \cdots, Y_n) = Ef(Y_1, \cdots, Y_n)$，则称f作为θ的一个估计方法是“无偏”的。通常要求估计方法满足无偏性，凡不具有无偏

性的“估计方法”就被排除。例如，正态分布中参数σ^2用样本与期望之差的平方的算术平均来估计，似乎理应作

$$\sigma^2 = f(Y_1, \cdots, Y_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - E)^2,$$

n个数的平均当然应以n来除，但这个式子不满足无偏性要求，故实际采用的估计方法是用n－1除：

$$\sigma^2 = f(Y_1, \cdots, Y_n) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - E)^2,$$

它具有无偏性。符合无偏性要求的估计方法，为数可能很多，所以又定出有效性标准：如$f_1(Y_1, \cdots, Y_n)$与$f_2(Y_1, \cdots, Y_n)$是θ的两个估计方法，并且$D(f_1)<D(f_2)$，即f_1的均方差小于f_2时，则f_1作为估计方法比f_2有效。在多个无偏估计方法中，人们常努力寻找最有效，即均方差最小的估计方法。

无偏性和有效性判据，象是任意规定的，但它们的确是合理的。大多数统计学家公认这两种性质是一个好的估计方法应当具备的。这再一次表明，一方面，从个别观察值到表征总体的参数值，虽是一个归纳的过程，却不同于通常理解的种种归纳，它需要执行一套复杂的技术程序；另一方面，对这套程序进行评价，或对可能出现的不同程序进行比较，就象科学哲学中理论的评价和比较一样．是有

章可循的。

上文所说的估计方法，是直接估算出θ的一个值来，叫做“点估计”。常用的点估计法有极大似然法和矩量法。前者论理价值大，但由于涉及非线性方程，应用很困难。后者不保证总能得到充分有效的估计法，但数学上困难较少，应用方便。矩量法是世纪之交由伟大的英国统计学家皮尔逊(K·pearson)所发明；极大似然法可追溯到高斯与伯努利，而由皮尔逊的学生费歇尔(R·A·Fisher)完善化。

在估计问题上还大量使用置信区间法，旨在求出参数值以足够高的概率位于其中的置信区间来。有关的数学细节，我们就从略了。

5-5 假设检验

休谟以后，研究归纳问题的哲学家越来越清楚地认识到，要求归纳充当象演绎那样的证明工具，是不切实际的奢望，正如皮尔士(C.S.Peirce)所指出，归纳法是检验假设的操作，归纳逻辑充其量只能对我们在经验证据基础上接受或偏好某一给定的假设提供辩护。归纳并不保证我们所接受的假设

绝对可靠，只告诉我们，在已有的知识背景和证据上，怎样做才是合理的。假设检验问题在数理统计学里得到了技术精详的处理，因此，统计检验的理论和实践理应对作为归纳哲学一个基本问题的假设检验有所启发。

统计检验的应用极其广泛，在需要对假设作出选择、评价、决定弃取的场合，统计学都可以试试自己的效能，并的确常常别开生面。

试举一例。在国外许多民俗里，圆月经常被描绘成某种不祥的东西，某种使人们行为反常的罪恶力量。过去许多世纪里，不少作家、哲学家都相信这一点。奥赛罗在德斯特莫纳被谋杀后悲叹：

> 这是月亮的过错，
> 她比惯常离地球更近，
> 给人间带来了灾难。

十八世纪英国享有盛名的高级律师勃拉克斯通（W Blacksione）把“神经错乱”（lunatic）定义为：“丧失了理智的运用但间或也有神志清楚的时候，由于月亮的变化有时能有时却不能享受自己官能的人。”月亮影响人类事务的看法在科学界并未得到支持。但确有一些严肃的医学研究者试图把“月亮效应”与较高的自杀率、癫痫发作等联系起来考

察。表5—9列出，1971年8月至1972年7月十二个月里，弗吉尼亚精神病疗养院在满月前、中、后的入院率。该表显示，满月期间的平均入院率较高。但单凭这些数据，并不能肯定月亮效应的存在。人们有权说，平均入院率的差系出于偶然。有趣的是，将统计检验程序施于这个问题，得出了如下结论：上表三个平均值10.9，13.3，11.4之间的差异，全由偶然性产生的概率非常之小。在已有知识背景上，小概率事件可认为实际上不会发生，如果居然发生了，那就表明另有未知的因素在起作用，因而需要对背景知识作出增补和调整。该例的统计结论告诉

表5—9

月　份	满月前	满月中	满月后
1971年 8	6.4	5.0	5.8
9	7.1	13.0	9.2
10	6.5	14.0	7.9
11	8.6	12.0	7.7
12	8.1	6.0	11.0
1972年 1	10.4	9.0	12.9
2	11.5	13.0	13.5
3	13.8	16.0	13.1
4	15.4	25.0	15.8
5	15.7	13.0	13.3
6	11.7	14.0	12.8
7	15.8	20.0	14.5
平均值	10.9	13.3	11.4

人们：满月期间的高入院率事出有因，所以对月亮效应进行探索和研究是有意义的。统计处理至少起了思维定向和提出问题的作用。

让我们将它与科学哲学家波普尔的有关思想作一比较。波普尔曾提出“解释力”概念作为评价科学理论的一个重要标准，其公式为P(e,h)— P(e)。式中h表示新的科学理论（假设），e表示事实（观察值、数据等）。好的科学理论，是解释力大的理论，而欲解释力大，就要求上式中P(e, h)大并且P(e)小。P(e, h)即理论成立的条件下事实e的概率，P(e)即无理论h时，在旧知识背景下事实e的概率。P(e, h)越大，表明从理论h越能“推出”或预言e；而P(e)越小，则表明旧的背景知识越不能解释e，认为e越不可能发生。因此，如果e果真发生了，那么为了解释这件事，接纳理论（假设）h进入知识总体就是合理的行为。在我们的例中，令h表示“月亮效应存在”这一假设，e表示入院率的不可忽视的差异，则从h极易“推得”e，即p(e,h)很大（接近1），而在不考虑h时，统计检验方法告诉我们e纯出偶然的概率P(e)非常小。按波普尔的公式，“月亮效应存在”的假设有大的解释力，认可它是合理的。

确切地说，该例仅表明，从统计的观点来看，

接受月亮效应存在的假设比拒绝它更恰当，更合理。就应用的范围而言，统计处理方法并不遵从任何人为的禁令。但是统计观点决不排斥和取代任何别的可能的观点。统计结论没有告诉我们月亮效应是怎样发生的，其内在机制如何，这需要作专门的研究。在得到一个更好的解答之后，统计结论自可让位。但在这之前，统计学的解答至少是暂时“可接受”的。科学史表明，科学哲学也揭示，一个科学认识上的实体单位，无论是假设、理论、规范、研究纲领，都不会单纯因为碰到一些反常，或被人们感觉到有所不当而轻易放弃。只有出现了新的能与之相颉颃的实体单位：新的理论，新的规范，新的研究纲领，并表现出生命力的时候，旧的才会消灭。

统计检验对假设的表述有某些要求：

一、区分清楚受检验的假设H_0和备择假设H_1。H_0总是一个关于“无效应”（no effect）的陈述（在上例中，不存在月亮效应），H_1是对它的否定。检验遵守陪审制度下的被告原则，即H_0相当于法庭被告，除非证明它有罪，它便无罪，除非处理结果强迫我们接受H_1，否则便接受H_0。

二、定量地表述H_0和H_1。通常先对相应的随机变量设定一个概率分布模型$f_Y(y)$，H_0与H_1则是

对参数值的陈述。例如，古希腊建筑中长方形的长(I)与宽(W)之比常常满足等式$\frac{I}{W}=\frac{W+I}{I}$，即宽为长的$\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)\doteq 0.618$倍。古希腊人把它叫做“黄金分割”。这个比是他们的一种美学标准。别的文化如古埃及也有这种倾向。人类学家想研究，黄金分割是否也是别的文化如肖松尼(shoshoni)文化的美学标准？在肖松尼文化遗址上发现了二十个长方形的手工艺品，宽长之比如表5—10，平均值为0.661

表5—10　肖松尼长方形的宽长之比

0.693	0.749	0.654	0.670
0.662	0.672	0.615	0.606
0.690	0.628	0.668	0.611
0.606	0.609	0.601	0.553
0.570	0.844	0.576	0.933

注意到这仅是一个样本平均值，不能排斥这样的可能性，如把大量已经遗失毁损的长方形工艺品都收集来，平均值就比较接近0.618，因此，人类学家的这个问题翻译成统计学术语，应为：如果总体的平均值确是0.618，那么得到一个样本平均值0.661的概率有多大。如果这个概率是够大，则关于肖松尼文化也偏爱黄金分割的假设便是可接受的。长宽比服

从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，受检假设H_0与备择假设H_1分别写作：

$$H_0 \quad f_Y(y) \sim N(0.618, \sigma^2)$$

$$H_1 \quad f_Y(y) \sim N(\mu, \sigma^2), \ \mu \neq 0.618$$

让我们详细阐述一个例子演示假设检验的一般程序。一位书法鉴定专家声称能根据字迹判断人的信用。对此我们是有怀疑的，并想用实验检验一下他是否真有这种非凡的本领。我们提供给该先生18张一样大小，从中间对折的长方形纸，每张纸的一边由储蓄所和贷款处认为不可信的人书写，另一边则由公认的正直忠诚之士书写。该先生的任务是指出每张纸上哪一边的字是不可信的人写的。当然，这位先生完全可以凭运气瞎猜，这样他也会有50%的机会作出正确的指认，即说对9次左右。但如果他说对了12次，我们该怎么下结论呢？他是不是运气好，纯粹靠机会猜中了多余的3次呢？抑或他确实有点本领呢？

记该先生在每张纸上作出正确指认的概率为p（仅靠瞎猜，则$p=\frac{1}{2}$，确有本领，则$P>\frac{1}{2}$）。显然，在18次指认中他的成功次数γ服从二项分布$b(ps\ \gamma,\ 18) = C_{18}^{r} P^{r}(1-p)^{18-r}$。我们必须作出选择的两个假设是：

$$H_0: \quad b(psr,\ 18),\quad p=\frac{1}{2}$$

$$H_1: \quad b(psr,\ 18),\quad p>\frac{1}{2}$$

H_0通常对应于问题中参数的一个值，而H_1则对应于一个值域。如H_1的值域整个在H_0的一边（如我们的例中，$p>\frac{1}{2}$），备择假设就叫做“单面”的，反之，就叫做“双面”的（如黄金分割一例）。

样本数据通过一个检验统计量函数决定接受还是拒绝H_0。在这个例中，检验统计量很简单，就是成功次数r。根据陪审团原则，一开始我们认为H_0是正确的，直到统计量的观察值表明H_1是正确的为止。从接受H_0转变到接受H_1有一个关节点，是用检验统计量的某一个值来表征的，叫做“临界值”。在我们的例中，如果检验统计量r在9附近，当然H_0被接受，而如果r = 18，则显然H_1被接受，即我们承认该先生确有他所声称的本领。其实18是太大了，为了实际目的，只需在9与18之间确定一个数r′，从这一点开始，H_0的可接受性丧失了。任何大于r′的成功次数都使我们决定接受H_1。要求放弃受检假设H_0的所有检验统计量值的集合叫做“临界域”，用符号C表示。

临界值的确定是通过概率计算解决的。让我们

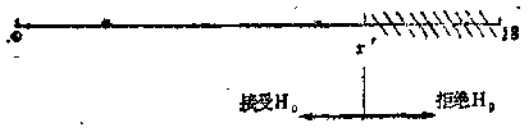


图5—11临界域

先试着把临界值安在11上，即当成功次数大于或等于11时，放弃H_0。按照二项公布计算，当H_0正确时，成功次数在11次或以上的概率为

$$\sum_{i=11}^{18} b\left(\frac{1}{2}, i, 18\right) = \sum_{i=11}^{18} C_{18}^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{18-i} \doteq 0.24$$

这意味着，如果选取11为临界值，则我们错误地拒绝H_0的可能性高达24%。通常人们是不会满意这种犯错误的可能性如此之大的选择的。显然，临界点还应向18靠拢。选15怎么样？计算结果为

$$p(r \geqslant 15,\ H_0) = \sum_{i=15}^{18} C_{18}^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{18-i} \doteq 0.004$$

这看来又走到另一极端了。如果我们在选择一个方案时，只敢冒0.4%的风险，未免太胆小，太懦怯了，对某先生也未免太苛刻了。当然，具体问题应具体对待。事关重大，一旦作出选择便无可挽回的决策，理应把保险系数打得大一点；无伤大雅，错了还可再来的选择则不妨大胆一点。要点在于，思路

应当反过来；不再是试探性地定一个临界值，然后计算H_0为真时检验统计量却位于临界域的概率，即错误地拒绝H_0的概率为多大；而是先根据具体问题的条件和要求，立一个既不冒失又是够大胆的允许犯错误的概率，然后返回去计算与此概率相对应的临界值。在此例中，不妨取5%作为这一概率，于是临界值r'应满足

$$p(r \geqslant r',\ H_0) = \sum_{i=r'}^{18} C_{18}^{i} \left(\frac{1}{2}\right)^{i} \left(\frac{1}{2}\right)^{18-i} = 0.05$$

解方程得$r' \doteq 13$。当该先生成功次数为13次或更多时，我们承认他确有能力，而这样承认犯错误的概率只有5%。

以上说的是参数值的假设检验，关于分布模型本身的检验没有说到。事实上，这也需要检验。有时候，能够比较好地说明观察数据的模型不止一类，那就产生在模型之间进行选择的所谓“拟合优度”问题。这已成为统计学理论的又一重要题材。由于涉及较专门的知识，此处从略。

5-6 统计学与真理性

统计学不提供确实无误的结论，它的结论常常

是可错的。然而，任何一种具体的科学理论也不可能提供这样的知识。真理性、确定性是认识论和科学哲学上非常艰难的问题。什么是真，什么是假呢？如果把它看作形式逻辑问题，也许还好办点，真就是重言式，就是一阶谓词演算中的有效命题等。但人们在实际上使用的“真理”一词，是大大超出了形式逻辑范围的。有一种流行的说法，真就是符合客观实在。但是深入追究之下，这种颇能令人满意的说法又被发现是充满着困难的。什么是客观实在呢？真理总要用语言来陈述吧，“客观实在”怎样与陈述相比较呢？人们所进行的比较，难道真的是绝对的，严格的，不着一丝人工痕迹的“客观实在”与陈述的比较吗？抑或只不过是陈述与陈述的比较呢？在量子水平上，难道不正是“客观实在”必须受到认识主体的作用才能被观测吗？那么客观实在自己又究竟在哪里呢？质言之，“客观实在”这个词究竟何所指呢？这些问题苦恼着感觉细腻、思维严谨的科学哲学家们，他们绞尽脑汁，争论不休，可是迄未得到一致同意的见解。波普尔早年曾因为不得不经常谈论真理而不断受到良心责备。后来，塔斯基（A.Tavski）运用元逻辑方法，为“真理”构思了一个精确的定义，波普尔不安的良心平静了。从此他可以无顾忌地谈论真理

了。他频繁地，有时候是含混地，谈论真理。然而，塔斯基的工作究竟允许波普尔走得多远，却仍然是一个值得研究的问题。看来，我们还是在使用真理一词以表示某些含混的意思时稍微节制一点为好。

统计学虽然不担保结论的真理性和确定性，但它常常提供大胆的，新奇的，有趣的结论，又常常提供足够的合理的信心，在常识不能作选择的地方，促使我们接受或拒绝某个有争议的结论。即使失败了，它也常能启迪思路，提出值得探索的问题和方向，导致我们的认识深化。如果某先生指认成功了14次，那么，他确有某种特殊能力的假设就获得有力支持，他的本领究竟是怎么回事，他是怎样掌握的，就成了一个值得研究的问题。如果，在所有的古代文化中，统计学告诉我们黄金分割都是一种美学标准，那么，这就指示了一种超文化的美学心理现象，值得探索其机制。

统计的观点是有所作为的观点。从统计的观点接受某一个结论，并不是让你把它当作不变的真理来供奉和崇拜，而是让你去选择，去运用，去行动，去寻找问题和解决问题。任何带有风险的项目设计，都会有人反对。因此，在风险分析中，统计决策办法就起着极重要的作用。一个有能力的决策

者，决不是一个专走无风险之路的谦谦君子。在接受了有较大成功把握的结论后，他必须有魄力拍板，同时努力排除使小概率的可能性变成现实的各种因素。在形成决策者的魄力中，统计观点起了重要作用。统计学不是一门单纯的理论学科，它是一种工具，一种语言，一种地地道道的普遍方法论。它包含在科学活动的整体中，自身又浸透了科学活动的精神。

第六章
“体大虑周”的
卡尔纳普归纳逻辑

6-1 最伟大的形式化专家

维也纳小组的领袖人物卡尔纳普(R.Carnap)移居美国后不久，开始研究概率和归纳问题。卡尔纳普以哲学家名世，但他与一个科学家的区别仅仅在于研究的题材不同，研究的方法、精神与科学家毫无二致。他是一个研究哲学问题的科学家，在他身上，我们看到了二十世纪哲学家的一种典型风貌。卡尔纳普一生工作的最大特点是：无论什么问题，都严格地运用现代符号逻辑的工具作出独创性的处理。他的观点经常发生变化，但上述特点却贯彻始终，他决不让自己移到一个无法用科学的精神、方法和工具讨论问题的观点上去。美国哲学家和逻辑学家奎因(W.V.Quine)在一篇主要是批评卡尔纳普及其一派的著名论文《经验论的两个教

条》中写道："卡尔纳普在一系列的构造中十分巧妙地利用现代逻辑的一切手段，成功地给一大批重要的、增添的感觉概念下定义，要是没有他的构造，人们做梦也不会想到这些概念是可以在如此微薄的基础上下定义的。他是不满足于仅仅断定科学可以还原为直接经验的词语、而对实行这种还原采取了认真步骤的第一个经验论者。"① 有人称他为"最伟大的形式化专家"，对此，卡尔纳普是当之无愧的。

人们常说，卡尔纳普的书不好懂。就它要求相当程度的数理逻辑基础和科学思维方式的训练这一点而言，的确是这样。但另一方面，卡尔纳普的书又是最好懂的。历来争论不休、见仁见智、意义含混的许多哲学概念，经过卡尔纳普的处理，一下子就获得了充分的确定性。程度足够的读者一旦读通，就有充分的信心去讲解、复述，不必担心有失原意。题材和处理方式本身不容你以意为之，滥加发挥。卡尔纳普一派所"拒斥"的"形而上学思辨哲学家"则全然不同，例如黑格尔，公认他的著作高深莫测，但是爱好哲学又有耐心的读者都做得到通读一过，它允许你自己去想象、附会、活学活

① 转引自洪谦主编：《逻辑经验主义》下卷，第691页

用，他的话，可以从原文中抽取出来，用在许多不同的、甚至相反的场合；读过几本黑格尔的人都不妨自称懂得黑格尔，但是何尝有两位“黑学”专家曾达到过充分一致的理解呢？又有谁被承认是彻底懂得黑格尔的呢？黑格尔写作时，内心里或许真的经历着一种神秘而深刻的体验，但这种体验却无法借助文字转达，更不用说跨越了广袤的空间，绵长的时间以及文化上的隔绝。于是大多数的读者，只能买椟还珠，仅止于袭用黑格尔的语言作为表达己意的传声筒。卡尔纳普一派哲学家自称在哲学中掀起了一场变革，以往的思辩哲学不是被驳倒了，而是被当作无意义的东西，或当作象诗、散文一样表达感情的东西，逐出了认识领域。哲学在他们的手中，彻底改变了过去那种既神秘又浅薄的形象，成了一门科学性的专业。由于害怕科学的艰难而到哲学中寻找乐趣的人，会发现卡尔纳普一派的哲学与他刚刚逃离的科学一样枯燥。

卡尔纳普重视语言，他认为以往哲学争论中的许多问题都是语言含混引起的，实际乃争论各方使用了不同的“说话方式”而已。卡尔纳普以澄清和识别“说话方式”的混乱为己任，认为这样便能“排除”那些“形而上学”的假问题（不是解决，对假问题无解决可言）。他认为，要进行真正的富

有成效的哲学讨论，哲学家必须选择一种恰当的、便利的语言；而这种选择又常常只是权宜之计，并无绝对的意义。

卡尔纳普的全部工作都可以恰当地称之为“形式重构”。借助于有严格成形规则和变形规则的形式语言，重新构造讨论中的概念和命题。一方面消除日常语言带来的含混性，廓清笼罩在概念和命题周围的形而上学迷雾，另一方面，又以特有的严格方式重新得出这些概念和命题在应用中所具有的意义。形式重构，也可以叫形式模型，是对所讨论领域的基本情况的重新塑述和映射，它剔除冗余，保留精华，显现结构。模型的好处在于，一旦形成，它自身就有运行和演化的能力，由此达到一些日常讨论中不容易清晰达到的结论，然后把这种结论“反演”到实际事物中，讨论就进了一步。

形式模型的建立、运行和演化，常常涉及精细复杂的技术。一个日常看来清楚明白的结论，在模型中有时要经历漫长的推演过程。对此，波兰著名的马克思主义哲学家沙夫（A.Schaff）曾叙述过他本人是怎样从一种怀疑、复杂的心情中挣脱出来而看到其价值的：“应用了如此复杂的和精细的符号是否有时会流于晦涩？在这里，我表示我的怀疑和复杂心情，即当我看到应用一架巨大的、如此精

巧地构造的逻辑上的起重机，去举起一些用手更易于移动的石子的时候，所感到的那种怀疑和复杂心情。我不敢表示羡慕，更不敢表示反对。近年来的历史，教导我们在这个方面应当谦虚和克制。既然命题演算，一度看来是无用的和纯粹玄想的，现在却表明了是具有在电路理论方面的实际应用，既然数理逻辑和控制论表明了是构造数字计算机不可缺少的，那么，仅仅根据目前还不能看出某一研究的实际意义和应用，我们就很难有把握地断定它是无用的。”① 沙夫完全同意逻辑学家塔斯基的“有价值的和正确的看法：”“如果不考虑到一件研究工作的结果给予那些理解和关心这种工作的人们的那种理智上的满足，那么，关于这种研究工作的价值的问题，我们是不能作出适当的回答的。”② 付出代价是值得的，通过卡尔纳普以及其他人的工作，“形式重构”已经表明是一种几乎可以无限制地参预一切哲学讨论的方式，除了确定性和精确性，它还能对基本思想的确立和改变起契机的作用。模型是否成功，不是一个能作简单肯定或否定的问题，要看它自身的结构特征，还要看它与所欲映射的现实之间的关系，以及它导致新结论的能力等等，作

① 沙夫《语义学引论》，商务印书馆，1979年，第53页。
② 沙夫《语义学引论》，商务印书馆，1979年，第53—54页。

审慎的全面评价。

卡尔纳普的归纳逻辑理论，就是一个很典型的形式重构的例子。不靠技术和符号，不可能说清楚他的思想。因此有必要介绍一些起码的数理逻辑的表述和处理方法。我们希望做到使从零开始的读者也能略知其味，但也要求读者有足够的耐心和不轻易放弃一条思路的意志。

6-2 基本思想

卡尔纳普论归纳逻辑的主要著作是出版于1950年的厚厚一本《概率的逻辑基础》。他本来打算将该书作为规模更大的两卷集《概率和归纳》的第一卷。但是深入研究所碰到的困难使卡尔纳普改变了《概率的逻辑基础》一书中的基本思想，并促使他探讨出一种新的处理方法。他把新的成果写成长篇论文《归纳方法的连续统》，作为单行本发行。虽较前书薄了许多，但是内容高度浓缩，含量并不少于前书。此外，卡尔纳普关于归纳逻辑的文章还很多，有的是对这两本书中的思想作通俗阐述；有的则提示了更新的可能的处理方法和思想，但可惜都未能发展成象上述两本书那样“体大而虑周”的著

作，似乎也没有后继者做这些发展工作（在卡尔纳普其他一些工作方向上，也不乏这种情况）。拉卡托斯（I.Lakafos）曾评论卡尔纳普有一个研究归纳逻辑的“纲领”，所以能产生一系列的“理论”，但那是一个“退化”的纲领。比照卡尔纳普纲领后继乏人的情况，拉卡托斯的评论是颇发人深思的。

首先谈概率。人们相当随意地使用着“概率”“可能”等字眼。卡尔纳普把这种在现实生活中大量使用，然而意义含混的概念叫做“被定义者”（explicandum），他的任务就是要澄清和分析“被定义者”的意义，给予它一个“定义”（explicatum），澄清和分析的过程就是“解说”（explication）。卡尔纳普把“概率”一词的大量应用分成两类，视为两个不同的“被定义者”，因此他需要作出两个“定义”。在一类应用中，“概率”一词被定义为“逻辑确证度”，称为“概率$_1$”，他认为英文probable，拉丁文probabilis，法文probable多用于此义；在另一类应用中，“概率$_1$”一词被定义为“相对频率”，称为“概率$_2$”，他认为英文likely，拉丁文uerisimilis，法文uraisemblable多用于此义。卡尔纳普又认为“概率1”是基本的，他曾努力设法把“概率$_2$”归结到“概率$_1$”上去。他的归纳逻辑（有时又叫做“概率逻辑”，他认为

两个词完全同义）理论主要是对“概率$_1$”的解说。

这个理论中有一条基本等式：c（h,e）=r，读作“假设h在证据e下的确证度为r”，后来卡尔纳普对概率作“合理信念”解说时，等式又读作“在证据e下对假设h抱着程度为r的合理信念。”从这些表面的说法看，卡尔纳普与凯恩斯没有什么两样；确实较之于频率派，卡尔纳普在前辈中是更倾向于凯恩斯的。但是对上述表面雷同的说法，两人注入的意义区别很大。凯恩斯从语义上讲e和h的关系，因此对e的意义的深一步了解也意味着证据的强化，会影响概率值（如果有的话）或概率的比较关系。卡尔纳普则从语形上讲e和h的关系。他的理论目标是：相对于某一种人工语言L，构造二元概率函数c，其定义域为L的所有“合式语句”组成的集合。这样，就有一个至少在理论上可行的方法，能对语言L中任意两个符合“语法”的句子h和e，计算出c（h,e）等于多少。卡尔纳普要求自己完全根据h和e的“语形”来确定c的值，一点不顾及它们的含义。因此，等式c（h,e）=r表示了两个语句h和e的纯形式关系。这种关系当然是先验的，客观的，它可以作为合理信念的客观基础，犹如人们以先验的演绎逻辑作为对结论真理性所怀有的确定性感觉的客观基础一样。卡尔纳普比凯恩斯

更顺理成章地将归纳逻辑与演绎逻辑作了平行比较。我们记得，凯恩斯恰恰倒过来，是用主观信念的合理性为h和e之间的概率关系的客观性作辩护。卡尔纳普常说他的归纳逻辑理论是“关于归纳的演绎理论”，此意即不管h和e的真假如何，来源如何，c（h,e）=r这样一个“归纳命题是纯逻辑的，分析的”①，是演绎地得到的，不会错的。比方说，h意指“天鹅皆白”，e意指“经过观察的一千只天鹅皆白”，如果计算出c（h,e）=99%，尽管h可错或已错，尽管e也可能错误地报道了观测结果，但上述等式却是不会错的。卡尔纳普拓广了逻辑关系的范围，介于“演绎地推出”与“相矛盾”两者之间，有着无数种“部分蕴函”关系，这种关系本身的性质是概率的，归纳的，但是它们之所以成立，却源于演绎。

卡尔纳普写道：“归纳逻辑是由演绎逻辑添上c函数所构成。”②显然，相对于自然语言建立c函数的抱负是过大了，既不可能，也无必要。试想，如以关于“上世纪一块劈柴的重量”的陈述作为证据，它对关于“明天某医院将出生的第一个婴儿的

① R.Carnap, Logical Foudations of Probability, 1950, P181

② R.Carnap, Logical Foundatrons of Probability, 1950, P192

重量”的陈述，究竟给出多大的概率值呢？这个概率又有什么用处呢？卡尔纳普曾向往制订一种物理主义的科学语言，作为统一科学的语言基础，惜乎始终未能如愿，当然更谈不上在这个并不存在的语言中构造c函数。他的实际成就要有限得多，只在极其贫乏的语言L_N^π和L_∞^π上成功地建立了c函数。这种语言几乎连最简单的科学命题都无法表述。人们猜度，要把c函数拓广到多少在科学上实际有用的语言上去，将会碰到的困难几乎是技术上不可克服的。这正是卡尔纳普理论的致命伤。然而，卡尔纳普归纳逻辑的基本思想和处理方法以及业已获得的成功毕竟是富有魅力的。

6-3 语言L_N^π与“可能的世界”

象任何语言一样，L_N^π也有“字母”，“句法”等等：

N个“常元符号”a_1，a_2，…，a_N，相当于日常语言中的具体名词，起指称事物的作用。

π个“谓词符号”P_1，P_2，…，P_π，相当于日常语言中的形容词，起描绘事物性质的作用。

句子由字母排列起来组成，显然并非若干个字

母的随意排列都能成句子，象$a_1a_2a_3$，a_1p_2，p_1p_2这些“符号系列”都不是句子。在语言L_N^π中，最简单的句子具有如下形状：p_ia_j，相当于日常语言中陈述用a_j指称的事物具有用p_i表示的性质的那句话，比方说，a_j指称“玫瑰花”，p_i表示“是红色的”，则p_ia_j意即“玫瑰花是红色的。”

复杂的句子由简单句借助于逻辑连词构成。逻辑连词有以下几个：

“—”（“非”，表示否定）。如果A是一个句子，则$\overline{A}$当然也是一个句子，两者互相矛盾。

“·”（“并且”）和“∨”（“或者”）。如果A、B是两个句子，则借助于“·”可以构成一个“合取式”A·B，借助于“∨”又可以构成一个“析取式”A∨B

“→”（“如果…，那么…。）。两个句子A、B借助于“→”可以构成一个“蕴涵式”A→B。

语言L_N^π的“句法”就是上述几条简单的“形成规则”。只要你始终遵守规则，你就一直能得出语言L_N^π的“合式句子”；违反了规则，得出的就不是句子，只是无用的字母排列而已。形成规则可以反复用，因此，尽管语言很简单，却可以写出无数条句子，也可以写出任意长的句子。

与在日常语言里一样，形式语言里也是一种意思往往有多种表达方式。例如，$\overline{\overline{A}}$与A其实是一回事，写作$\overline{\overline{A}} \Leftrightarrow A$。这容易领悟，一个句子被否定两次，就回到原来的意思，“我并非不喜欢你”，等于说“我喜欢你”。语气、语境这些因素，在形式语言里一概被清洗了。句子的基本等价变换式还有如下几条：

$$\overline{A \cdot B} \Leftrightarrow \overline{A} \vee \overline{B}$$

$$\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$A \to B \Leftrightarrow \overline{A} \vee B$$

这些“等值式”的意思，请你私下里努力地去体会和领悟（不妨用具体的句子来代A、B）。它们的用处在于，当需要时，我们可以对句子实行变换，变成适合于问题研究的形式。例如，利用最后一个等值式，我们只要愿意，就可以把句子中的“$\to$”消掉，即在凡是出现“$\to$”的地方，否定一下它的前件，并把“$\to$”换成“$\vee$”，得到的是与原来等价的句子。

利用简单谓词与逻辑连词可以构成复合谓词，如$p_1 \cdot p_2$，$p_1 \vee p_2$，$\overline{p_1} \cdot p_2$等等。请注意谓词不是句子，谓词只是“词”，相当于日常语言的形容词。$(\overline{p_1} \cdot p_2)(a_1)$是一个句子了，表示用$a_1$命

名的事物具有性质p_2但不具有性质p_1。

我们尤其需要一类特殊的复合谓词——Q—谓词。$p_1 \cdot p_2 \cdot \cdots \cdot p_\pi$，$\overline{p_1} \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \cdots \cdot p_\pi$，$p_1 \cdot \overline{p_2} \cdot p_3 \cdot \cdots \cdot p_\pi$等都是Q—谓词，一般地说，Q—谓词是由$\pi$个"定位"合取而成的：$\underbrace{\square \cdot \square \cdot \cdots \cdot \square}_{\pi个}$，在第$i$个定位中必须填进也只许填进$p_i$与$\overline{p_i}$中的一个。每个定位都有两种填法，所以$\pi$个定位共有$2^\pi$个填法，即语言$L_N^\pi$共有$2^\pi$个Q—谓词。设$\pi=3$，即语言中只有三个简单谓词$p_1$，$p_2$，$p_3$，则Q—谓词有$2^3=8$个：

$p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$	Q_1	$\overline{p_1} \cdot p_2 \cdot p_3$	Q_5
$p_1 \cdot p_2 \cdot \overline{p_3}$	Q_2	$\overline{p_1} \cdot p_2 \cdot \overline{p_3}$	Q_6
$p_1 \cdot \overline{p_2} \cdot p_3$	Q_3	$\overline{p_1} \cdot \overline{p_2} \cdot p_3$	Q_7
$p_1 \cdot \overline{p_2} \cdot \overline{p_3}$	Q_4	$\overline{p_1} \cdot \overline{p_2} \cdot \overline{p_3}$	Q_8

设想我们生活于其中的世界非常简单，只有N个可以识别的事物，只有π种可以描述的性质，且每种性质只有两个值：有这种性质或没有这种性质。这样一个世界用语言L_N^π已能作充分的刻划。对每个事物，只须问π个问题：它有没有性质p_1，有没有性质p_2，…，有没有性质p_π，对π个问题都有

了回答，也就对该事物有了“彻底”的认识。换句话说，我们找到了描述这一事物的Q—谓词，比方说，事物a_1除了没有性质p_1和p_2，具备从p_3到p_n的所有性质，就可写成$(\overline{p_1} \cdot \overline{p_2} \cdot p_3 \cdot \cdots \cdot p_n)(a_1)$。N个事物都找到了自己所适合的Q—谓词，整个世界就得到了充分的描述。对照上面的表，不难体会，两个不同的Q—谓词是互相矛盾的，因此同一事物不可能有两个适合它的Q—谓词。

对整个世界的一个充分的描述叫做一个“状态描述”（state discription）。不失一般性，我们把状态描述记作：

$$Q_{i_1}a_1 \cdot Q_{i_2}a_2 \cdot \cdots \cdot Q_{i_N}a_N,$$

这里的Q_{i_1}，Q_{i_2}，…，Q_{i_N}都是Q—谓词，也可以看作定位，每一个都允许用2^n个Q—谓词填入，所以共有$(2^n)^N = 2^{nN}$个不同的状态描述。两个不同的状态描述至少对一个a_i赋予不同的Q—谓词，所以不同的状态描述也是互相矛盾的。一个状态描述充分地刻划了一个世界，故2^{nN}个状态描述实际上代表了同样数目的不同的“可能世界”。十七世纪哲学家莱布尼兹首先引进“可能世界”的概念，卡尔纳普将它形式化、精确化了。

卡尔纳普进一步的想法是，把经过形式重构的“可能世界”与句子的语形逻辑特征联系起来。粗

糙地说（后面将把这些说法精致化），句子的逻辑似真性程度的高低，与该句子在其中成立的可能世界数目的多少是一致的。重言式（如$A \vee \overline{A}$）的逻辑似真性程度最高，它在所有可能世界里都成立；矛盾律（如$A \cdot \overline{A}$）似真程度最低，它在任何可能

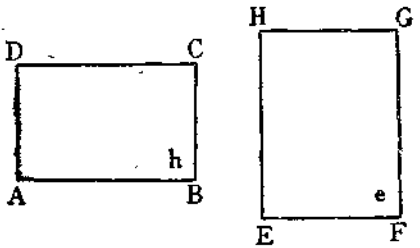


图6—1

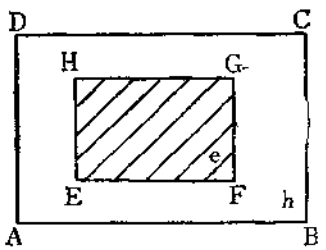


图6—2

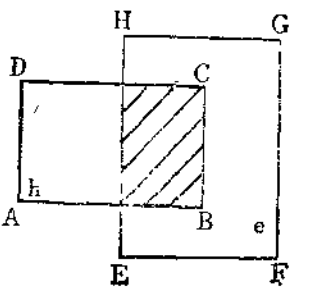


图6—3

世界里都不成立。两个句子e和h，如果使它们成立的可能世界的集合彼此相等（图6—1），这意味着h和e是两个矛盾的句子；如果使e成立的可能世界的集合包含在使h成立的可能世界的集合内（图6—2），这意味着e演绎地蕴涵h；更一般的情况是使e和h成立的可能世界的集合部分重叠（图6—3），此时我们说e“部分蕴涵”h。容易从图中看出，阴影（重叠）部分在表示使e成立的可能世界集合的长方形EFGH中所占比例越大，e部分蕴涵h的逻辑似真性程度越高。这使我们立刻想到可以令$c(h,e)=\frac{m(h\cdot e)}{m(e)}$，其中m（h·e）表示使h和e共同成立的可能世界的集合的测度（图6—3阴影部分的“面积”），m(e)表示使e成立的可能世界的集合的测度（长方形EFGH的“面积”）。但是，可能世界的集合怎么测度呢？况且，句子在一个可能世界中成立又是什么意思呢？

6-4 候选者太多

让我们先弄清楚一个句子在一个可能世界里成立究竟是什么意思。

我们记得，所谓“可能的世界”，在卡尔纳普的形式重构下有如下的形象：

$$Q_{i_1}a_1 \cdot Q_{i_2}a_2 \cdot \cdots \cdot Q_{i_N}a_N,$$

这样的“可能世界”（状态描述）共有$M = 2^N$个。为了说话方便，把所有的可能世界记作S_1，S_2，…，S_M。

我们也记得，靠着上节的四个等值式，可以对句子进行形式变换，从而获致对我们的目的来说是便利的形式。事实上，借助于命题的等值变换，我们可以把语言L_N^*中任一个句子表示成若干个状态描述的析取式。

定理：设h是L_N^*中任一个句子，则存在着r个状态描述S_{i_1}，S_{i_2}，…，S_{i_r}使得$h \Longleftrightarrow S_{i_1} V S_{i_2} V \cdots V S_{i_r}$。

这个定理的证明很繁——并非很难，而且证明过程对于达到理解卡尔纳普的归纳逻辑理论这一目标也并非必经之途，反倒容易中断和搅乱思路，所以省略了。

这个定理揭示出语言L_N^*中句子的一条统一的构造原则，它同时把“句子在一个可能世界中成立”这句话的意思阐明了。

如果$h \Longleftrightarrow S_{i_1} V S_{i_2} V \cdots V S_{i_r}$，我们就说，h在每个$S_{i_j}$（$j = 1, 2, \cdots, r$）中成立，并且h也只

在这些S_{i_j}中成立。事实上，其它的状态描述都与S_{i_j}（j=1，2，…，r）矛盾，因而也与h矛盾，显然没有理由说一个句子能在与它矛盾的可能世界中成立。总之，通过实行这种可能很繁琐，但总是可行的变换，我们能把使h成立的所有的可能世界都找出来，它们组成的集合称为h的逻辑域，记作R_h。前面已讲过，c（h,e）的值可由h·e的逻辑域的测度与e的逻辑域的测度之比来确定，所以，问题归结为怎样给由可能世界组成的集合规定一个恰当的测度。

一个自然而简单的解决办法，是径直用集合中元素（可能世界）的个数作为测度，但这样做意味着承认所有的可能世界都是平权的，就象一个彻底实行民主制度的集体里，每个成员都占有相等的一票一样。全是男人的世界，与全是女人的世界，或男女参半的世界，都是可能的世界，但说这三个可能的世界都是同等可能的，似乎不合情理。平权的解决办法因此并不恰当。

然而，使人为难的并不是找不到办法，而是办法太多，却难以确定哪一个办法最恰当。事实上，只要随意给每个状态描述赋一个非负值，以集合内全体元素赋值的和作为集合的测度，就得出了一种计算C函数的办法。赋值的每一种分布都对应着一

个C函数，这样的分布有无穷多个，C函数也就有无穷多个。上述平权的办法只是其中之一，我们讨论了它何以不恰当，但要一个一个地讨论每种办法的恰当性，以期找出最好的办法来，那简直是无望的。按照卡尔纳普的最初想法，c(h, e)既然刻划句子h与e之间先验的客观的逻辑关系，理应具有唯一性。为了解决不唯一的困难，需要对C函数作些限制，论证它应具备的某些性质。就象选举一个领导人，为了减少过多的可能候选人，事先规定一些限制，如必须是女性，必须是中年，必须是知识分子，必须是无党派人士，必须有三年以上从政经验等等。这样一来，也许最后只剩下唯一的一个候选人满足这些限制条件。如果限制太宽，剩下的候选人仍旧太多，那就进一步追加限制。反之，如果限制太紧，竟然使得没有一个候选人满足所有这些条件，那就应该撤消几条限制。当然限制条件必须订得合理，比方说，把饮食习惯当作限制条件总是不大妥当的，候选人再多，你也不能规定“喜欢吃羊肉者不得作候选人。”

对C函数的最初步的要求是它必须满足概率公理，换句话说，概率公理构成对C函数的限制条件。下面罗列其中重要的几条：

1. 乘法原则：$c(h\cdot h', e) = c(h, e) \times c$

$(h', e \cdot h)$

2. 加法原则：如h与h′关于e互相矛盾（即三个句子的合取式$h \cdot h' \cdot e$是矛盾式），则$c(h \vee h', e) = c(h, e) + c(h', e)$

3. $0 \leqslant c(h, e) \leqslant 1$

此外，C函数还应满足关于逻辑等价式的对称性要求，即，如果$h \Longleftrightarrow h'$，$e \Longleftrightarrow e'$，则$c(h,e) = c(h', e')$

麻烦的是，按对状态描述随意赋值得出的C函数全都满足上述这些条件，候选者还是太多。还得追加条件。

首先是“正则性”，要求对每个可能世界都得赋予一个非0正值的权。其次是“对称性”，要求任意一个状态描述$Q_{i_1}a_1 \cdot Q_{i_2}a_2 \cdot \cdots \cdot Q_{i_N}a_N$的赋值，在$(a_1, a_2, \cdots, a_N)$经排列置换变成$(a_{j_1}, a_{j_2}, \cdots, a_{j_N})$后，仍旧保持不变，比方说，将$(a_1, a_2, \cdots, a_N)$倒过来，变成$(a_N, a_{N-1}, \cdots, a_2, a_1)$，则两个状态描述

$$Q_{i_1}a_1 \cdot Q_{i_2}a_2 \cdot \cdots \cdot Q_{i_{N-1}}a_{N-1} \cdot Q_{i_N}a_N \quad 与$$

$$Q_{i_1}a_N \cdot Q_{i_2}a_{N-1} \cdots Q_{i_{N-1}}a_2 \cdot Q_{i_N}a_1$$

的赋值应相等。

加上这两个限制条件后，可能的C函数候选者仍然有许多，甚至无限多，对各可能世界平均赋值的办法也满足这两个条件。C函数的唯一性得不到

合理的论证，卡尔纳普关于归纳逻辑是先验的、客观的，象演绎一样，与演绎平行的一种逻辑的论断，就要落空。于是他跨出一大步，规定合格的C函数（他记作C^*）应满足条件：

一、在不同的“结构描述”之间赋以平权；

二、在同一种“结构描述”内部，对不同的状态描述也赋以平权。

“结构描述”是一个新概念，具体细节可以不管它，只要记住，结构描述是对状态描述的一种分类，一个结构描述就是一类具有相同结构的状态描述的集合，当然，不同的结构描述所包含的状态描述的数目是不同的。

如果说，“正则性”、“对称性”作为对C函数的限制条件看来是合理的，那么，先在“结构描述”之间、然后在其内平均赋值的做法，却显得相当武断，并不比在所有的状态描述之间平均赋值缓和多少。卡尔纳普十分清醒地意识到这一点，他并不认为构成C^*就论证了他关于归纳逻辑唯一性的断言。他不敢肯定C^*函数是否最恰当。在他的《概率的逻辑基础》的最后部分，他坦率地写道：“如果能提出另外的方法，譬如说，确证度的一个新定义，在某些情形下导致比C^*所提供的更恰当的数值，那么这就构成了一个重要的批评。或者，甚至

不必提出定义，只要表明任何恰当的定义必须满足的一个条件而C^*却不满足，这就可能是通向一个更好的解决的第一步。”①这以后，卡尔纳普的归纳逻辑思想发生了一个重大转折，从强调归纳逻辑与演绎逻辑的深刻的类似性，转向强调两者之间更为深刻的差异性。他不再说c（h，e）表征h与e之间先验的、客观的、唯一的逻辑关系，而转向承认，在遵守若干限制条件的前提下，c（h，e）表示人的主观信念。这种主观信念的合理性，仅仅表现于遵守必要的合理的限制条件，在这个框子内，人有极大的选择余地，不可能再为这种选择规定什么合理性标准。

6-5 转变立场

对照一下卡尔纳普在《概率的逻辑基础》与《归纳方法的连续统》两书中，对演绎逻辑与归纳逻辑两者的基本关系所表述的不同思想，是很有趣的。

在前一本书中，卡尔纳普为了驳斥认为精确的归纳逻辑不可能的论点，强调“在纯逻辑语句中，

① R.Carnap, Logical Foundations of Probability, 1950, P.567

以及在逻辑对于各种知识的应用中，都可以看出逻辑中这两个领域之间的类似性。”①他从三个方面来谈论两者的类似性，竭力表明，凡是演绎能做的，归纳也能做，而凡是归纳不能做的，演绎也不能做，因此，既然精确的演绎逻辑是可能的，则精确的归纳逻辑也是可能的。

第一，关于发现的方面。对演绎来说，是要求找出为给定前提e所蕴涵的结论；而对归纳来说，则要求找出为证据e所高度确证并适合一定目的的假设h。显然，并不存在明确的规则和方法，可以帮助人们从所收集的经验证据和数据去找出能够说明这些证据和数据并为它们所确证的假设，要不然，做一个科学家就未免太容易了。但是在演绎中，同样并无发现的逻辑，找出结论在演绎中和在归纳中一样困难，也许更困难。“数学家们不能通过计算或其他能行过程在例如几何、代数和微积分中找到有成效和令人感兴趣的新的定理，他们必须借助于推理和直观相结合的思维活动来找到这些定理。这种思维活动不是受固定的规则指导的，而需要有一种创造性的能力，这在计算中是不需要的。”②

① R.Carnap, Logical Foundations of prodability, 1950, P.192.

② 洪谦主编，《逻辑经验主义》上卷，第332页。

第二，关于证明的方面（检查结果）。现在，句子e和h都是给定的，已知的。对演绎来说，是要求从e推出h（或者举出反例，证明从e推不出h）。对归纳来说，则要求计算出c（h，e）的值。在这两个领域里，做这件事同样没有能行的规则和方法。我们有过在初中阶段证几何难题的经验，就能深切体会证明一个结果与应用固定规则计算完全是两码事。数学中存在着大量悬而未决的猜想，就说明了这一点。邱奇（A.Church）于1936年证明了只有在最初等的命题演算中，才有判定可证与不可证的一般法则存在，一旦进入稍微高一级的系统，就不再有一般的判定方法，这不是什么令人沮丧的结论，而恰恰给了数学家以广阔的用武之地。同样，就归纳言，在带有两元以上关系谓词的无穷系统中，C不是一个能行的可计算函数。卡尔纳普本人只指望就更简单的系统（只有一元谓词的有限或无限系统）建立C函数的固定计算方法。但是卡尔纳普没有提到，归纳逻辑中缺乏一个类似邱奇对演绎逻辑所做的关于可判定性的一般结果。

第三，关于检查一个给定的证明。在演绎中，前提、结论，以及从前提推出结论的过程都已给出，则只要具备足够的知识和耐心，检查证明过程是否正确，总是能行的。在归纳中，检查一个证明

是否正确，相当于检查等式c(h，e)=r是否成立，只要给定了计算规则，验算总是能行的。

通过以上比较，卡尔纳普得出结论："归纳逻辑与演绎逻辑这两个领域之间虽然存在着重要区别，但是有着深刻的类似之处，这两个领域中的命题所共同具有的重要特征是，它们是独立于事实的偶然性的。这一特征使我们有理由将这两个领域都称作逻辑。"①

然而，到写作《归纳方法的连续统》一文时，在卡尔纳普的视网膜上凸现的已主要是演绎逻辑与归纳逻辑的区别而非相似了。"我们如果审视一下归纳逻辑（即关于归纳推理的理论）领域里的当代形势，便不容忽视这样一个事实：有大量彼此不相容的归纳方法被理论家们提出和讨论着，也被科学家和统计学家们在实际工作中应用着。"②单是这个事实也许还不至于使卡尔纳普不安，因为在演绎领域，关于某些推理是否有效同样存在着尖锐的意见分歧。例如，大多数数学家都认可所谓"存在性命题的间接证明"，从"所有的数都不具有性质p"

① R. Carnap, Logical Foundations of Probability, 1950, P.200

② R. Carnap, The Continuum of Inductive Methods, 1952, PP.5—6

导出矛盾，可以证明“至少存在着一个数具有性质p”。但是直觉主义数学家布劳维尔（Browwer）与海丁（A.Heyfing）、魏尔（H.Weyl）等人却拒绝承认这类证明。他们声称，除非把具有性质p的数实际构造出来，便不能承认这种数的存在。最使卡尔纳普感到不安的是，在他自己的归纳逻辑理论中，也出现了“归纳方法的多元化”，这些方法全都符合他的理论所提出的要求，但对同样的句子h和e却给出截然不同、甚至相反的确证度评价。例如“乌鸦皆黑”作为h，“已观察过的一百只乌鸦皆黑”作为证据e，按照所谓“直线规则”，有c（h，e）=1，而按照上节的“结构描述”法，却有c^*（h，e）=0，而这两种方法都满足正则性、对称性诸要求。想表明归纳逻辑与演绎逻辑有对等地位的初衷，引导到适得其反的结果。唯一的出路，看来是接受“归纳多元化”的事实，接受归纳与演绎之间有着深刻区别的事实，放弃建立象演绎逻辑一样符合某些基本标准的归纳逻辑的奢望。采取了这一看似消极的立场之后，还有一条积极的、有所作为的路可走，那就是对目前尚显得杂乱无章的诸归纳方法作一番统一的处理，找出诸归纳方法借以互相区别的基本特征在哪里。卡尔纳普正是这样做的。他写道：“鉴于上述形势，另一个深刻的

哲学问题就产生了。现时归纳逻辑领域里存在着不可调和的分歧这一事实，也许仅仅是由于我们现时的知识还贫乏这一历史暂时性的原因，果然如此，则可以设想将来某个时候，在更深刻研究的基础上，大家会一致同意某种归纳方法是唯一有效的方法。但另一方面也可能，互不相容的方法的多元化是归纳逻辑的基本特征，所以谈论'一种有效的方法'是无意义的。这当然并不意味着，选择哪一种方法完全凭心血来潮，比较各种归纳方法，看哪个更恰当些仍是可能的。然而这种类型的问题已经不是纯理论的问题，而具有实用的性质。方法是相对于特定的目的而被判断为较合适或较不合适的。我将不在这里讨论这个问题，更谈不上解决这个问题。但是我要指出，现时我更倾向于在第二种答案的方向上去思考。"①

卡尔纳普关于归纳逻辑基本思想的这一重大转变，是一位富有科学精神的哲学家严肃的学术态度的标志。卡尔纳普在其它问题上的观点转变也都有这一特点。有人嘲笑卡尔纳普的观点的多变性，这是有失公正的。只要认真探索过卡尔纳普思想发展和变化的轨迹，就不会这样嘲笑他。长期以来，我国

① R. Carnap The Continuum of Inductive Methods 1925, p.7

哲学界有一种见解：哲学讨论和评价的对象是“基本思想”，而这种基本思想似乎是可以与具体的技术分离开来讨论的。当着在有关的问题上，相应的科学日益提出自己的看法，甚至对原来的“基本思想”提出挑战时，当着哲学工作者业已感觉到一种压力，促使他非得去了解去懂得科学的实在内容时，仍有一种办法可使压力减轻乃至消除：“我们只要了解结论就行了。”靠着日常语言的含混和灵活，总有办法把孤立的“科学结论”与任何一种哲学的“基本思想”调和起来。这套做法除了使渴求最终结论的人感到暂时的心理满足外，已经使好学深思的人越来越感到乏味和厌倦了。哲学的基本思想，只有在展开和实现自身的过程中才能获得意义和支持。如果碰到拦阻、困难和挑战，那是大好事，基本思想正好借此获得检验、磨炼和丰富自身的机会。有时候只需稍作修正就能克服障碍，继续前行，有时候则必须动大手术，甚至放弃基本思想，另外选择立场。也许这违背你的感情，违背你长期的思考习惯，但是探索的客观情势要求这样做，就必须这样做。拘泥于古道旧辙，驾轻就熟，只能钻进死胡同。上引卡尔纳普的一段话，在某种意义上把他整整一本厚书全推倒了。但他心甘情愿地这样做，他是严肃的，明智的。单凭这一点，人

们就应该尊敬他。

新的基本思想，只是指出了一个方向，有没有意义和价值，有多大的意义和价值，也只有沿着这一方向走下去才能看出来。批评一种思想，同样应取这种态度。在“基本思想”的层次上以追求是非判断为目的语词之争，是没有结果也没有认识效益的。提出问题和困难要求对方尝试解决，促成对方的基本思想得以展开，通过考察问题的解评价基本思想，通过研究论据评价论点，这才是真正的批评和有效的挑战，从而争论也就变成了把认识推向前进的智力合作。

6-6 λ—系统

在前面的处理中，可能世界（状态描述）有$2^{n\times}$个之多，确定C函数的困难在于：无法唯一地规定每个可能世界的逻辑权重。新的处理中，卡尔纳普不必再考虑那么多的可能世界，只需要在所谓“逻辑因素”与“经验因素”两者之间确定一个相对权重λ。λ取什么值是自由的，悉由归纳方法的使用者主观地决定，λ取得越大，表明这个人对经验越不信赖。今试详细论之。

需要一个技术性的结论（其证明对理解的关系不大，故从略）：

语言L_π^1中任何谓词（简单的与复合的）都可以表示成若干个Q—谓词的析取式（称为“标准式”）。表6-4给出$\pi=3$时的某些谓词的标准式

表6—4

谓词	标准式	长度(W)	相对长度(W/K)
$P_1\cdot\bar{P}_1$	ϕ	0	0
$P_1\cdot P_2\cdot P_3$	Q_1	1	$\frac{1}{8}$
$P_1\cdot P_2$	Q_1VQ_2	2	$\frac{2}{8}$
$P_1\cdot(P_2VP_3)$	$Q_1VQ_2VQ_3$	3	$\frac{3}{8}$
P_1	$Q_1VQ_2VQ_3VQ_4$	4	$\frac{4}{8}$
$P_1V(P_2\cdot P_3)$	$Q_1VQ_2VQ_3VQ_4VQ_5$	5	$\frac{5}{8}$
P_1VP_2	$Q_1VQ_2VQ_3VQ_4VQ_5VQ_6$	6	$\frac{6}{8}$
$P_1VP_2VP_3$	$Q_1VQ_2VQ_3VQ_4VQ_5VQ_6VQ_7$	7	$\frac{7}{8}$
$P_1V\bar{P}_1$	$Q_1VQ_2VQ_3VQ_4VQ_5VQ_6VQ_7VQ_8$	8	1

表中谓词，从上到下，内涵越来越少，外延越来越广，表现为标准式越拉越长。例如第三行$P_1\cdot P_2$是

两种性质“兼有”，第七行$P_1 \vee P_2$是两种性质“或有”，显然，前者内涵较深而外延较窄。换一种说法，任取一个未知事物a_j，它具有性质$P_1 \cdot P_2$的概率要小于具有性质$P_1 \vee P_2$的概率，这种情况直接反映在标准式的长度上，前者为2，后者为6，$2<6$。第一行矛盾式$P_2 \cdot \bar{P}_1$，内涵深到没有一个事物能具有这种性质，其标准式为空集ϕ，长度为0；最后一行重言式$P_1 \vee \bar{P}_1$，外延广到囊括了一切事物，其标准式为所有Q—谓词的析取，有最长的长度8。谓词的标准式的长度使我们能一眼看出一个未知事物具有这种性质的可能性的大小。为了用概率表征这种可能性，我们取标准式的相对长度W/K。例如，未作任何观测时，将估计$c(p_i a_1, t)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$，因为P1的标准式长度为4，此处t表示没有任何证据。顺便提及，此式表明，在卡尔纳普系统中，耶方士原理是成立的：任何性质与它的否定具有相等的先验概率$\frac{1}{2}$。由于卡尔纳普系统是用形式方法严格、清晰地建立起来的，它不会碰到凯恩斯提出过的悖论。例如P_1，P_2，P_3分别表示“红色”，“蓝色”，“黑色”，它们的先验概率各为$\frac{1}{2}$，但不会得出他们的逻辑和$P_1 \vee P_2 \vee P_3$的先验概率为$\frac{3}{2}$的结论。原因在于，卡尔纳普的形式结构规定了原始

性质P_1，P_2和P_3间不是绝对互相排斥的。

数值ω/k叫做“逻辑因素”，在毫无经验之时，关于某个事物是否具有某种性质的可能性大小，只能凭这个因素来估计。待到有了一些例证后，这个估计就要受到“经验因素”的矫正。比方说，某性质（谓词）M的相对长度为ω/κ，现已检查了S个个体，其中S_M（$\leqslant S$）个个体具有性质M，另外$S-S_M$个个体不具有。此时怎样估计第$S+1$个个体具有性质M的概率呢？要求的是$C(Ma_{S+1}, \frac{Si}{S})$的值。我们特意在证据的位置上写$\frac{S_1}{S}$，是想说明，这个来自观测的比值是经验因素的主要成分。不难想见，如果$\frac{Si}{S}$正好等于$\frac{\omega}{\kappa}$，则表明从逻辑因素所作的估计得到了经验的“证实”；如果$\frac{Si}{S}>\frac{\omega}{\kappa}$，则表明逻辑估计不足，理应提高；反之，如果$\frac{Si}{S}<\frac{\omega}{\kappa}$，则逻辑估计又太高，理应降低。总之，合理的估计值应取在$\frac{Si}{S}$与$\frac{\omega}{\kappa}$之间，即

$$\min(\frac{\omega}{\kappa}, \frac{Si}{S}) \leqslant C(Ma_{s+1}, \frac{Si}{S}) \leqslant \max(\frac{\omega}{\kappa}, \frac{S_1}{S})$$

然而究竟取得更靠近逻辑因素一些，还是更靠近经验因素一些，是由主观决定的，将会因人而异。通常的做法是取加权平均，

$$C(Ma_{s+1}, \frac{Si}{S}) = \frac{A \cdot \frac{\omega}{\kappa} + B \cdot \frac{Si}{S}}{A + B}$$

若固定B，则A越大，C越靠近$\frac{\omega}{\kappa}$；A越小，C越靠近$\frac{Si}{S}$，总之，决定C在$\frac{\omega}{\kappa}$与$\frac{Si}{S}$之间位置的是两个权重A与B的相对比值。不妨置B＝S，使加权的第二项变得简单些，并记A为λ，于是

$$C(Ma_{s+1}, \frac{Si}{S}) = \frac{\lambda \cdot \frac{\omega}{\kappa} + Si}{\lambda + S}$$

取观察次数S作为经验因素的权重还有一层含义，即当例证增多（S增大）时，对经验因素的倚重也增加。这是符合一般人的心理状态的。不管在逻辑因素与经验因素的对比中如何轻视后者的人（表现为把λ取得极大），当经验的次数大幅度增加时，他对经验的信赖至少也会有些微的增加。这样，经验因素的权重被经验地决定了，唯一留给主观作选择的是逻辑因素的权重λ。

卡尔纳普的目标是对任意两个句子h和e构造C函数，上面说的却只是对特殊的h（形如Ma_{s+1}）和特殊的e（关于S个已经检验的个体中有S_M个具有性质M，另外S—S_M个不具有该性质的陈述）求C值，远未达到要求。但是运用一些形式变换手段，可以证明，只要对这类特殊的h和e确定了C函数的值，

就能方便地延拓到任意的h和e上去。延拓的细节从略，在这一点上，确定只要记住结论就够了。

因此，主观上任意地选定一个λ值，等于确定了一种归纳法。λ不妨称为归纳法的“特征值”。不同的λ值对应着不同的归纳法。λ值的大小反映了取它的人对逻辑因素和经验因素的相对重视程度。从理论上说，λ可取从0到$+\infty$的任意值，所以存在着归纳方法的连续统，这便是卡尔纳普这本书名字的由来。

用不同的λ值表征的不同的归纳法之间有无优劣之别呢？怎样进行比较呢？卡尔纳普研究了这个问题，答案是，无法悬空地说，只能相对于可能的世界结构来说。卡尔纳普的理论主要是讨论概率$_1$，即确证度函数C的构造与性质。但是反过来，他也能进而从概率$_1$讨论概率$_2$，即相对频率的预测。在λ—系统中，卡尔纳普根据对某些特性的相对频率的预测误差，来确定任一给定的归纳方法相对于任一可能的世界而言的成功测度。这样，对于一个给定的世界结构而言，就易于确定在这种结构的世界中具有最大成功率的归纳方法。卡尔纳普把通过这种方式所得到的方法，称为该世界结构的最佳归纳方法。反过来，也能为λ—系统的任一给定的归纳方法确定一个可能的世界结构。对于这个结构来

说，该方法是最佳的。

6-7 困难种种

卡尔纳普的归纳逻辑研究成果是不应该低估的。他在带有一元谓词的语言L_N^∞上建立的确证度函数的系统，其成功并不低于数理逻辑基础中命题演算和一阶谓词演算的成功。如果说，L_N^∞上卡尔纳普归纳逻辑的理论作为对实际应用中的归纳法的“形式重构”有着重重困难的话，那么，命题演算和一阶谓词演算作为对实际应用中（尤其是数学研究中）的演绎推理的“形式重构”，同样有着不可忽视的缺陷。命题演算和一阶谓词演算能成立，卡尔纳普的归纳逻辑也应能成立。作为一个理论，它是严密的、精确的、完整的，有着内在的优美结构和逻辑协调性，能给人以理智上的满足。波普尔曾力诋卡尔纳普的归纳逻辑研究，一再声称他证明了卡尔纳普确证理论的逻辑不协调性。但波普尔的论断是感情用事的，其所谓“证明”也是错误的。关于这一点，我们曾在《关于归纳逻辑的协调性和恰当性问题》一文（载《哲学研究》，1985年第2期）中作过详细的探讨。

卡尔纳普理论的困难不在理论自身的逻辑方面，而在理论与实际关系的“恰当性”方面。

首先，卡尔纳普只在一种几乎是不足道的语言上建立了完整的理论，而他的目标本应推广到丰富得多的物理学语言上去，这件事，恐怕永远也做不成功。这是卡尔纳普理论最主要的困难。

第二，卡尔纳普曾将理论从 L_N^S 推广到 L_∞^S 上，这个语言带有无限多个常元符号 a_1，a_2，…，适宜于讨论有可数无限多个体的论域。但令人遗憾的是，他在自己的系统里得到这样一个定理：所有的无限全称命题作为假设，不论证据是什么，其确证度函数均等于零。鉴于科学理论几乎都具有无限全称命题的逻辑形式，这一定理，对于卡尔纳普试图以概率确证度函数作为科学理论评价标准的初衷，无疑是一个极大的打击。在C面前，所有的科学理论，无论优劣，统统等于零，还有何评价可言？为了摆脱困境，卡尔纳普从原来的立场上退了极大的一步。他不再坚持“确证”概念，另铸了一个“例子的确证”概念。科学理论不再被看作对论域中全体成员的论断，而被看作由这一例子向那一例子过渡的单纯的“说话方式。”桥梁工程师相信他自己的造桥理论，仅仅意味着他相信按照这个理论设计的桥梁将是安全可靠的；但并不意味着这个理论是对的，或

可能是对的。所以，对科学理论的“例子的确证”，现在是由对理论的下一个例子的确证来测度的。通过这种迂回的事后说明，卡尔纳普才勉强绕过零概率所造成的障碍。

波普尔曾过分幸灾乐祸地利用卡尔纳普理论的这一困难。他十分轻率地断言，不仅在卡尔纳普理论系统中，而且在一切可能的概率确证函数系统中，无限全称命题（理论）的概率值必定是零。波普尔的这一断言也是错误的。事实上已经构造出了若干个新的系统，能赋予无限全称命题以非零概率值，其中最出名的是辛迪加（J. Hintikka）的“二维λ—系统。”我们曾通过修正卡尔纳普的λ一系统，赋予经验因素$\frac{Si}{S}$以权重S^2，也得到过一个非零系统（文载《华东师范大学学报》哲学社会科学版，1985年第6期）。

第三，卡尔纳普缺乏一个定性的确证理论。工作中的科学家并不需要对受检理论赋于一个连续统中的标度，甚至也不需要间断的多值标度，他常常只需要两个标度：支持或反对，由此导致的行为是接受或放弃。卡尔纳普在谈到概念的构成时也说，每一个可测度概念都应该可以作三种处理：定性的（或分类的），相对的（或比较的），定量的。例如，热、暖，冷是定性的概念；水比冰暖，就使用

了相对的概念；用温度计测量，则属于定量概念。卡尔纳普一贯的工作方式，是对人们模糊使用的概念（被定义者）作出精确的解说（定义者）。既然人们经常定性地使用概念，就理应有与定量解说完全不同的定性的解说，但如果把定性的热规定为20℃以上，冷规定为4℃以下，暖规定为4℃与20℃之间，这就还不是定性的解说，而不过是披着定性外衣的定量解说，按卡尔纳普为自己规定的工作方式的原则，似乎定性的解说比定量的解说反而更难。在确证理论上就出现了这个情况。他在$L_{\frac{n}{n}}$上建立的定量理论可说相当成功，给定任意的证据e和假设h，都能计算出c（h，e）的值。但是人们根据什么说，e对h现在是“支持”（或“反对”），因而应该“接受”（或“放弃”）h呢？随意规定一个临界数，如$\frac{1}{2}$，当c（h，e）$>\frac{1}{2}$时，接受h，反之则放弃h，行不行呢？但C函数的多样性，表明这种做法不适当。设有两个确证函数C_1和C_2，给出C_1（h，e）$>\frac{1}{2}$，而C_2（h，e）$<\frac{1}{2}$，该怎么办呢？着眼于证据e是否比没有证据时提高了h的确证度，如果，c（h，e）>c（h，t），就说e“支持”h，行不行呢？同样由于c函数多样化的事实，不等号方向是可能改变的，倘若c_1(h，e)>c_1(h,t)但c_2（h，e）<c_2（h，t），又该怎么办呢？卡尔

纳普的最后一步是规定：当时所有的c 函数，都有c(h,e)>c(h, t)时，就说e支持h；当对所有的c函数，却有c (h, e) <c (h, t) 时，就说e反对h。这样，在卡尔纳普的确证理论内部，终于也可以谈论定性的“支持”与“反对”了。但卡尔纳普本人并不满意这样的解决办法。这只不过是循着原来的思路，规定了在什么情况下，人们可以使用“支持”和“反对”这两个词。在卡尔纳普的确证理论中，仍然并没有定性的确证概念。新出现的“支持”和“反对”两个词，并不是概念，仅仅是说法，用他自己的话来说：；是“定量地规定的定性概念。”① 通常认为，定性容易，定量困难，卡尔纳普的遭遇却正好相反。我们认为，这个困难，触及了卡尔纳普整套工作方式的致命弱点，是他的方法论上的根本性困难。形式系统成了拘禁他的牢笼。不去接触科学研究的具体实践，不与历史和现实相结合，这样的困难是解决不了的。波普尔在谈到科学研究是一项自由的事业时说：“我是不信任对科学语言的那种限制的，如果它妨碍科学家在方便的时候自由地运用新的思想、术语、‘隐秘’的概念等等。鉴于这个理由，我不能赞同当前在科学哲学中引进人

① R.carnap, Logical Foundations of Probabity, 1950 p.464.

工演算或‘语言系统’方法的频繁尝试，据称这类系统是简化的‘科学语言’的模型。我相信这些尝试不仅迄今毫无用处，而且造成了弥漫于科学哲学的晦涩和混乱。”① 波普尔的话虽然说得过激，但对于被围困在形式符号海洋中的“唯形式论者”，不失为一条返回现实世界的自救之道。

① K. Popper, The Logic of Scientific Discovery, 1959, p.378

第七章
另一种概率

7-1 历史观点注入归纳逻辑

七十年代，归纳哲学文献中出现了两部令人耳目一新的著作《归纳的涵义》和《可几的与可证的》。牛津大学教授乔纳森·科恩（J. Cohen）的这两本力作颇能代表归纳逻辑领域的最新倾向。五十年代，卡尔纳普在把形式化技巧发挥到极致的同时，也把归纳逻辑引进了山重水复疑无路的困境。卡尔纳普的研究纲领尽管给出一个又一个精美自洽的归纳逻辑形式系统，却愈益远离科学实践中归纳法的实际应用情况；拿它们作为能与科学家的经验相切合的归纳问题的解，是不合格的。逻辑实证主义在更广泛的科学哲学领域也陷入同样的困境。“历史学派”应运而兴，形成一股强大的思潮，所有的科学哲学家都受到了冲击和影响。科恩

并不属于“历史学派”，但他的归纳支持和归纳概率的理论显然与历史主义观点有密切联系，它取材自科学实践活动，又不断返观科学实践活动。正如科恩自己所说：“一个归纳支持理论不应是哲学家直观的公理化，它的原始资料应是科学家的工作。”①

对实践活动的任何描述都不可能面面俱到。因此，科恩选择工作目标时很有节制：考察科学家用实验支持具有“一阶归纳概括”形式〔$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$〕的科学定律的典型方式，在此基础上建立一个关于归纳支持的逻辑理论；这个理论既应从实际出发，又不能只限于自然主义地描述科学实验中某些具有共同性的程序。需要从实际的归纳支持程序中提炼出一定的逻辑结构，这种结构不同于卡尔纳普等人仅凭直觉和爱好以及种种脱离实际的理论考虑而规定的结构。这种结构综合了实际调查与语言逻辑分析两方面的贡献，它既允许作进一步的逻辑发展，又允许探索新的应用领域。在前一方面，科恩通过归纳支持理论达到一种全新的“非巴斯卡型”的（又叫非数字”的）概率概念——归纳概率，并为它找到了恰当的语形表示——路易斯模态

① J. Cohen, The Probable and The Provable, 1977, p.121

逻辑的S_4系统；在后一方面，科恩发现了若干重要领域，特别是英美法系的司法推理程序，正是“归纳概率”的重要应用领域。

7-2 崭新的“归纳支持”概念

在某些比较接近直接经验的科学研究领域，如行为主义心理学、某些经典性质的生物学分支等，科学家最常作的假设是“一阶归纳概括”，形如$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$，意即所有具备以谓词R表示的性质的个体都具备以谓词S表示的性质。例如，“蜜蜂能辨色”，就是这样一个假设。此时，Rx表示x是蜜蜂，Sx表示x能辨色。冯·弗里希(Von Frish)曾对这一假设作过彻底的实验研究。一般地说，实验科学家的任务就是检验这类假设，通过实验获取证据，以决定接受还是修正，乃至放弃假设。证据与假设的关系是归纳性质的，不是演绎性质的，接受、修正、放弃假设都是归纳的行为。其中最重要的概念就是“归纳支持”（叫做“实验支持”也无不可）。

显然，一个关于归纳支持的理论必须包含对于“归纳反驳”的一贯而恰当的说明。科恩的理论首

先强调，举出某些满足R的个体也满足（或不满足）S，并不是检验，并不构成对假设的支持或反驳，枚举例示不是科学。这样，科恩便把自己隶属于归纳理论历史上培根和穆勒的传统，即所谓“排除归纳法”的传统，划清了与休谟的枚举归纳法传统的界限。科恩认为，抽一个下午的时间到附近的公园里去走走看看，算不上对某个鸟类学假设的检验（怀着明确的意图去公园作严格的观察和记录又当别论）。他认为，对假设的科学检验，必定包括对研究所由进行的情境的明确陈述。证据（无论支持或反驳假设）只存在于对各种不同的预先设计好并最终实现出来的实验条件中。

试以冯·弗里希对蜜蜂的著名研究为例。这一研究涉及到六个主要的假设。为了阐明科恩的支持理论，只消考察冯·弗里希对其中一个假设的检验就行了：“蜜蜂能分辨不同的颜色。”

首先，观察到蜜蜂能再三地返回到一张蓝色卡片上的透明食物源（如糖水）上。但是，观察到这种现象的次数再多，以及观察中所涉及的蜜蜂个数再多，都不能使研究者放心接受上述假设。事实上，对于这种现象，存在着多种别的解释。也许，蜜蜂是色盲，它们并不辨认蓝色，而是辨认颜色的深浅。也可能，蜜蜂是根据载有食物的蓝色卡片的

相对位置来辨认的。同样可能，蜜蜂能识别的只是卡片上食物的气味。更可能，蜜蜂其实只能辨认蓝色，却不能辨认其他颜色。也许，蜜蜂只在从事采食活动时有辨色能力，别的时候则丧失此种能力等等。为了支持“蜜蜂能辨色”这一假设，需要对观察到的现象排除掉这些可供选择的其他解释。

冯·弗里希是怎样做的呢？

他改变载有食物的蓝色卡片的深浅，又在它四周放上从白色到黑色（除蓝色外）各种深浅不同的卡片，但不载食物；蜜蜂仍回到蓝色卡片——色盲解释被排除。

把所有这些卡片的相对位置任意调动，蜜蜂仍能有效地找到载有食物的蓝色卡片——“位置”解释被排除。

用透明的无色玻璃片把卡片盖起来，使其不能散放气味，蜜蜂仍徒劳地钉住蓝色卡片——“气味”解释被排除。

需要赶紧指出，蜜蜂确也能辨认位置和气味。在另外的实验设计下，蜜蜂能辨认位置和气味的假设也得到支持。此处排除的，仅仅是用能辨认位置和气味的假设来对所观察到的蜜蜂行为作“解释”。假设的成立与否，与用假设对特定条件下的现象所作的解释成立与否，是两回事。

对蜜蜂的辨色范围的实验得到了较有趣的结果。蜜蜂虽从载有食物的粉红色卡片上多次尝到甜头，但当用玻璃片盖起来时，它们就无所适从了。这表明它们不能辨认粉红色。仔细的研究揭示出，蜜蜂能分辨四种颜色：黄、青、蓝和淡紫色。

用返巢的蜂作一系列类似的实验，表明蜜蜂能够根据颜色辨认自己的蜂房。于是，蜜蜂只在采食时能辨色，无论作为假设还是解释，都被排除了。

当然，也许还能想出别的可供选择的解释，但我们感兴趣的是已经体现出来的推理模式："实验结果继续与初始假说相一致，而可供选择的解释则被排除掉，就这一点而言，人们认为初始假设越来越不能引起合理的怀疑。在实验结果不能与初始假设完全一致的地方，人们就代之以经过适当修改的假设，以便保持对于合理怀疑的不断增长的免疫力。"①

为了排除可供选择的别种解释，实验者需要精心设计恰当的实验条件，并加以控制、调节。能由实验者加以控制的实验条件叫做"变量"，变量由变素组成。科恩把"变量"一般地定义作："由观察上可辨认的那些事物、特点或情境所组成的集

① J. Cohen, The Probable and The Provable 1977.P.130--131

合。”②比方说，一个实验在夏天做，得到了预期的结果，但是人们有权怀疑如在冬天做就未必成功。为了表明实验的成功与“实验是在夏天做的”这一点并无特殊的联系，还需要安排在别的季节也做相应的实验。于是“夏天”和“冬天”作为变素合起来就成了一个变量。当然，｛春、夏、秋、冬｝或｛夏天，非夏天｝是另外两个变量。

这样看来，似乎变量的构成是极端随意的。只要把一些事物、情境凑合在一起，就能构成变量。原则上承认事物的任何一个集合都有可能成为一个变量。然而实验是人设计的，只要还没有一个实验把某个集合当作变量来看待，那么它在实际上就还不是变量。比如“一条狗”与“一架飞机”构成一个变量否？不能排斥其可能性。但由于它们从未被发现与任何一类假设的检验相关，所以事实上它们未构成变量。

重要的是“与检验一个假设相关的变量”（简称相关变量）。一旦确定某个集合是与检验一个假设相关的变量，那么，变量的每个变素都必须参与对假设的检验。在“蜜蜂辨色”一例中，在载有食物的卡片上“盖玻璃”与“不盖玻璃”，载食卡片颜

② J·Cohen The Implication of Induction, 1970, P36.

色的不同深浅度，载食卡片的各种相对位置等，都是相关变量。事情有点奇怪，在实验开始之前的设计阶段被认为相关的变量，实验处理的预期却是要表明它们并不相关：无论盖不盖玻璃片，无论颜色的深浅如何，无论相对位置如何，与蜜蜂总能回到载有食物的蓝色卡片上这一行为无关。在多个相关变量的所有变素组合而成的许多条件下，实验对象的行为总表现出某种不变性和齐一性，于是就有了规律。科学不正是要把握多变中的不变性吗？

所以，有两种相关性。其一，先验相关，在实验进行前的设计中被认定相关的变量，检验者的主观意向是要表明它们并不相关；其二，后验相关，实验结果表明确实相关的变量，此时实验者的意图在某些变量组合中受到挫折，需要至少对受检假设作某种修正。例如冯·弗里希把相当广泛的颜色种类作为相关变量，实验结果表明它具有后验相关性，也即“蜜蜂能辨色”这一假设在某些种类的颜色上被证伪，调正以后的假设是“蜜蜂能辨认黄、青、蓝和深紫四种颜色。”

关键在于如何确定“先验相关变量”。实验家必须有一种办法，能在验证开始之前区分相关与不相关。如若问题中的假设以前从未受过检验，则显然关于哪些变量是相关的知识只能来自对别的假设

的检验，换言之，变量是否相关是参照它与别的假设的关系来确定的。“参照假设”必须满足的一个条件是：与有待检验的假设充分相似。相关变量现在可以定义为：如果一个变量的至少一个变素曾经证伪或预期将证伪该研究领域的一个“参照假设”，则这个变量就与受检假设“归纳地相关”（简称相关）。例如，冯·弗里希把深浅不同的蓝、黑、白诸色作为相关变量，是因为别的昆虫确有色盲的现象，关于别的昆虫能辨色的假设曾被该变量的某些变素证伪过；卡片的相对位置作为相关变量，则因为已知蜜蜂对地点确有（有些昆虫则没有）良好的记忆；盖玻璃片或不盖玻璃片作为变量，是因为已知有的昆虫确能识别气味。

我们不必要求所说的证伪一定实现过，只要有一种已经得到过归纳支持的科学理论预言了这种证伪，则所说的变量就是相关的。比方说，如果从某种动物学的理论能够推测：“所有的野兔都是灰色的”这一假设有可能在冬天被证伪，那么，不管是否观测到过实际的证伪，“冬天”与“非冬天”对关于动物颜色的假设来说，就是相关变量。

不难理解，实验设计者是不可能把相关变量捕捉穷尽的。即便最严格的实验室环境也不可能彻底屏蔽已知相关变量外的所有因素，永远存在着发现

一个新的相关变量的可能性。例如，关于某种药品无毒性的假设在有限的受试动物种类、性别、年龄、剂量、服用周期等相关变量的设计条件下接受检验，如果恰巧选择的受试动物都不怀孕，结果全是肯定的，此种情况下，怀孕与不怀孕就是一个未被意识到的新的相关变量。将它纳入设计，就有可能在假设已得到很强支持之后证伪假设。有些相关变量在实验进行过程中发现，这便要求另行设计实验；有些相关变量却可能永远不会发现。所以，归纳支持常带有相对的、实践的、主观的性质，这便是归纳与演绎的主要区别所在。

细心的读者已能发现还有一个重要之点未谈及："参照假设"须与受检假设"充分相似"。然而"充分相似"是什么意思呢？科恩在更正式的场合使用"实质相似"这一术语。变量是否相关，其标准端赖"实质相似"的含义。变量的先验相关性是通过对于参照假设的后验相关性来确定的，所以从总体上说，变量的先验相关性仍是后验的。但是假设之间的"实质相似性"却只能先于经验在语义的范围内确定。两个一阶归纳概括$\forall x(R_1x\rightarrow s_1x)$与$\forall x(R_2x\rightarrow s_2x)$是"实质相似"的，当且仅当在这两个句子中，非逻辑术语R_1与R_2，以及s_1与s_2属于同一个语义范畴。例如，"天鹅皆白"与"乌鸦

皆黑”就是实质相似的，因为“天鹅”与“乌鸦”同属鸟类这一语义范畴，“黑”与“白”同属颜色这一语义范畴。应该注意，语义范畴的边界是可以浮动的。仅就鸟类而言，“天鹅皆白”与“玫瑰花皆红”非实质相似，但就“生物”这一语义范畴而言，它们又是“实质相似”的。语义范畴的边界须依实验设计的背景思想来确定。特别是，语义范畴受到当时已达到的科学知识的严格制约。在知道石墨与金刚石都是碳的同素异形体之后，显然它们将被划在同一边界之内。在此之前，却不存在合理的根据把它们归于一类。

总而言之，科恩的归纳支持概念分三个层次：

1．语形的。他选择了一阶归纳概括。但这一选择对科恩并不象对别的归纳哲学家如卡尔纳普那样构成严重的限制。科恩的整个讨论方式有可能推广到别的归纳语形。

2．语义的。在这个层次上他建立了表述假设的命题之间“实质相似”的概念。

3．经验的。在这个层次上建立了“相关变量”概念。用相关变量设计实验条件并实现这些条件，假设便得到检验，如相关变量被表明与后验不相关，假设得到归纳的支持；反之，则得到归纳的反驳，但使科学家或修正假设，或另起炉灶，提出新

的假设。在检验过程中，还有可能发现新的相关变量。

科恩既不象卡尔纳普那样完全从哲学的直观出发，丝毫不顾科学家的实践活动，又不止于作自然主义的现象学的描述。他既作描述，又作解释，既密切联系科学活动的实际进行描述，又在描述的诸阶段上铸造提纲挈领的概念，如“实质相似”、“相关变量”等，以统摄现象。他为相当大一部分科学实践活动提供了一幅动态的“理性重视”的哲学图景，相当贴切，又具有强大的解释力。

下面我们且看科恩怎样进一步以描述和解释相统一的方式解决归纳支持的测度问题。

7-3 归纳支持的分级

工作中的科学家经常谈论实验结果对假设（或理论）的或多或少的支持。但这里“多”与“少”是不精确的。为了使这种判断具有意义、确切性和合理性，归纳哲学家应研究出测度检验结果的方法。科恩为他的相关变量法设想了几种分级方法。

第一。按上节所述，所谓检验假设，就是将诸相关变量的各个变素组合成许多不同的实验条件，

一一进行试验。因此，一种自然的想法就是用假设所通过的那些试验的次数与假设通不过的那些试验的次数之比，作为假设得到支持的测度。由于事先设计的试验总次数恒定（暂不考虑发现新的相关变量），故显然通过的试验次数越多，假设得到的支持越大。这种办法简则简矣，却需要一个很强的假定：所有可能的试验，其结果对于假设都具有同等的贡献（无论正负）。可惜许多科学实验并不符合这一假定。科恩分析了这一办法的四个无法克服的困难。

第二，不强求同等性假定，允许给不同的试验打上大小不等的分，而这种分数又依各相关变量的重要性程度加权求得。这个办法可以看作上一办法的改进。困难在于，当决定每一个试验的分数时，各相关变量的权重，需以变量相关性大小的测度的知识为依据。科恩分析了这种知识何以无法先验地获得。

在这个问题上，科恩重新诉诸科学家的实践活动。他发现老练的实验家有几个共同点：

第一，他们并不是随意地取一个或几个试验的报告作为检验假设的证据。只有若干试验组成了一个“完备组”，才可作为证据，才能对检验结果作出评价。科恩把试验的一个完备组称为一个“规范

的试验”。比方说，实验家只考虑一个相关变量U_1，它包含三个变素a_1，a_2，a_3，那么，必须做完将U_1分别控制在a_1，a_2，a_3上的三个试验，才算完成了一个规范的试验；如果假设通过全部三个试验，则该规范试验对假设给予支持。但如果实验家又考虑第二个相关变量V_2，它包含两个变素b_1，b_2，则他就必须做六个试验a_1b_1，a_2b_1，a_2b_1，a_2b_2，a_3b_1，a_3b_2，才算完成了一个规范试验；如果全部通过，假设又得到进一步的支持，……依此类推，所以有：

第二，各个不同的完备组检验，区别在于它们所控制的相关变量的数目。

第三，各相关变量组成一个“良序”，即实验家对所有的相关变量已经排好次序。因此，引进较后的相关变量时，所有排在前面的相关变量的变素的所有组合也都必须考虑进去，不失一般性。假定共有几个相关变量V_1，V_2，…，Vn，每个变量有两个变素，记为V_i^1和V_i^2（i=1，2，…，n），则一共可设计n+1个规范试验ti（i=0，1，2，…，n），其中，

t_0只包含一个试验，没有任何变量得到控制；

t_1包含两个试验，变量V_1得到控制；

t_2包含4个试验，变量V_1与V_2得到控制；

一般地说，

t_i包含2^i个试验，V_1，V_2，…，V^i得到控制。

设$j>i$，则如果假设通过t_j，必也通过t_i，反之，如通不过t_i，必通不过t_j。如果情况不是这样，就说明还隐藏着未发现的相关变量。

根据以上三个特点，科恩这样规定证据对假设的“支持度”：分支持度为$n+1$个级别，0，$\frac{1}{n+1}$，$\frac{2}{n+1}$，…，$\frac{n}{n+1}$，1，如果假设U通过了第i个规范试验t_i，那么U就获得第$i+1$级的支持，记作$S(U, E_i)=\frac{i+1}{n+1}$其中，$E_i$是关于U通过了规范试验$t_i$这件事情的报道。

需要作两点说明：

一、不控制任何变量时，检验t_0被通过就使假设获得了第一级支持$\frac{1}{n+1}$，如果连t_0都通不过，“支持度”为0，这里你已经体会到为什么E_i给出的是第$i+1$级的支持。另一极端，如果U通过了t_n，即通过了全部规范试验，它所得到的支持度为$\frac{n+1}{n+1}=1$，称作“充分支持”（tull support）。

二、注意$S(U, E_i)=\frac{i+1}{n+1}$这一等式的“时态”是“现在完成时”。也许实验家只做到t_i而停止了试验。继续做下去有可能会得到$S(V, E_i+1)=$

$\frac{i-2}{n+1}$，直至$S(U, E_n)=\frac{n+1}{n+1}=1$。也许实验家使U通过了$t_i$，却通不过$t_{i+1}$，后面也就不必做下去，科恩说在此种情况下U并不是被简单地“证伪”而放弃，它仍然得到了第$i+1$级的支持。当然，实验家总是想得到“充分支持”，所以此时他必须设法对U作出某些修正，重新规定相关变量及其组合，重新设计检验程序，直至得到充分支持为止。然而，即便已得到了充分支持，也不等于U无可置疑。完全有可能找到新的相关变量，并出现调正变量次序的必要性，充分支持的局面又可能受到威胁。总之，$S(U, E_i)=\frac{i+1}{n+1}$仅仅是对实验家的整个活动方式的简略的描述，而不是对脱离人而存在的两个语句U和E_i的语义关系（或语形关系）的表述。实验家的活动方式变了，描述也随之而变。科恩理论的贡献在于，在实验科学家千差万别的活动方式中，他抓到了一些共同特征，并用一个简明的等式表达出来。当然，U和E_i都是语句，甚至都可以用形式符号写出，该等式明显地具有表达两个语句U和E_i之间的关系的意义，就象在卡尔纳普手中$c(h, e)=r$一样。不惮重复地说，U和E_i作为语句确实是有“关系”的，但这既不是演绎逻辑中的证明关系，又不是卡尔纳普式的归纳逻辑中的概率关系。这关

系是作为实验科学家的活动步骤的一个环节建立起来的。

需要考察一下证据报道E_i的语形，仍假定每个相关变量都有两个变素：

E_0 $\exists x(t_0x \cdot Rx \cdot Sx)$

E_1 $\exists x(t_1x \cdot Rx \cdot Sx \cdot V_1^1x) \cdot \exists x(t_1x \cdot Rx \cdot sx \cdot V_1^2x)$

E_2 $\exists x(t_2x \cdot Rx \cdot sx \cdot V_1^1x \cdot V_2^1x) \cdot \exists x(t_2x \cdot Rx \cdot sx \cdot V_1^1x \cdot V_2^2x) \cdot \exists x(t_2x \cdot Rx \cdot sx \cdot V_1^2x \cdot V_2^1x) \cdot \exists x(t_2x \cdot Rx \cdot sx \cdot V_1^2x \cdot V_2^2x)$

……

观察E_1，t_1x表示在对变量V_1加以控制其它变量加以屏蔽的条件下对x进行试验，V_1^1x，V_1^2x分别表示x处在变量V_1的两个变素构成的实验情境下，E_1中出现两次的$RX \cdot SX$表示在两个受控情境下都观测到归纳概括$\forall x(RX \rightarrow SX)$的正面事例。所有的$E_i$都依同一原则书写，但越来越繁复，$E_i$有$2^i$个由$\exists X$打头的合取项。两点注意事项：

一、E_i必须是“试验完备组”即规范试验的报告，所以如下的语句不能充任E_i

$\exists X(t_1x \cdot Rx \cdot SX \cdot V_1^1x) \cdot \exists x(Rx \cdot sx \cdot V_1^2x)$，

$\exists X(t_2x \cdot RX \cdot SX \cdot V_1^1X) \cdot \exists X(t_3x \cdot RX \cdot SX \cdot V_2^2X)$,

前者第二合取项中少一个t_1x，意味着未将V_1外的变量屏蔽。后者已表明是在控制两个变量V_1，V_2的条件下实验，理应对四组变素组合进行四次试验，但语句表明有关变量未得到充分的控制。

二、注意到Ei中每个合取项都是"存在命题"，而靠它支持的假设却是全称命题，这样的支持可靠吗？只要有一个或者几个蜜蜂能再三回到盖着透明玻璃片的蓝色糖水卡片上，实验者即可排除"嗅觉"解释，认为别的蜜蜂在同样条件下也会表现同样的行为。增加蜜蜂的数量并不给假设更多的支持。在科恩的理论中，正面事例的增多与假设无关，支持仅来自受到充分控制的相关变量的数目。这符合实验科学的实际情况。

那么，是否"排除归纳法"用于支持假设，"枚举归纳法"用于确立证据的可靠性呢？也不尽然。假如有一只蜜蜂在食物卡片盖上玻璃片后无所适从，这可由它的个体特异性来说明，也许它的"眼睛"瞎了。证据Ei的语形是存在性命题，是不被个别事例证伪的。对证据的要求仅仅是可复制的。科学家由于实验不可复制而名声受到损害的事虽屡有发生，但可复制并非无例外，也不是"多多

益善”。科学家知道在具体实验中怎样满足可复制的要求，这就不需要哲学家来教导他们了。

最后，还有一件事，科恩认为也是需要哲学家向科学家请教而非反过来的，即相关变量怎样排序的问题。有时候，主要是因为诸变量互相独立，彼此无关，故排序并不重要，不妨随便，此时，属于不同变量的变素的繁复组合甚至也显得多余，只须对变量一个一个地单独加以控制，蜜蜂辨色一例中即有此种情况。哲学家当然可以建议一些排序的办法，如按照控制变量的成本高低来排，或按照变量的英文名称缩写的第一个字母来排，等等。但如果这些排列与老练的实验家实际使用的排列不同，那么关于支持度的相对判断，自也就会与实验家所作的判断不同。所以哲学家在这个问题上还是“有所不为”为好。事实上，在成熟的科学里，一个特殊领域的所有老练的实验家对于相关变量相对重要性的看法，通常是相当一致的。

7-4 非巴斯卡型的归纳概率

“归纳概率”这个词，别的归纳哲学家也用。但乔纳森·科恩赋予它一种全新的独特的含义。他

创造了一种与以往一切概率概念迥然异趣的概率概念。

概率的意义可谓广泛而芜杂！从一副洗好的扑克牌中抽出一张A的概率，一个刚出生的婴儿活到七十岁的概率，一个镭原子在二十四小时内蜕变的概率，被告确系某凶杀案中的罪犯的概率，日抽两包烟的人死于肺癌的概率，等等。哲学家提出了形形色色的理论企图统一解说所有这些"概率"的意义，有相对频率说，有信念程度说，有命题间逻辑关系说，有自然倾向说，有多值逻辑真值说。但是这说那说，万变不离其宗，最后都归到一个共同的结构：概率论的数学公里结构。以宽容原则为口号的卡尔纳普提出概率$_1$与概率$_2$并存的理论，且不说他力图把概率$_2$建基在概率$_1$上，这两种概率的语形结构毕竟是毫无二致的。虽然数学概率论的严格公理化迟至本世纪三十年代才由柯尔莫哥罗夫作出，但从十七世纪概率论起源到柯尔莫哥罗夫却联着一脉相承的线索。概率公理的骨干如加法律、乘法律等，实际上早就有了，哲学家们几乎都相沿成习。柯尔莫哥罗夫则以抽象、高级的现代集论语言对之作了重新表述，为深入的数学研究开了一条坦途。

乔纳森·科恩是第一人，对于概率概念的基础结构的统一性提出了挑战。以往的哲学家，虽然看

到了概率在实际应用中呈现的意义五花八门，也提出了各各不同的哲学解说，但他们的意向都是要追求统一性，并且在实际上，在基础结构方面，也确实归于一尊。科恩则认为，概率的基础结构，他称之为“基准”（criferion），是多元的，就好象几何学的基础结构是多元的一样，有欧几里得几何，也可以有非欧几何。他把正统的概率结构称为巴斯卡型概率，而把自己提出的概率结构称为非巴斯卡型概率，又叫做“归纳概率”。因此，国内不少文章称科恩的理论为“非概率主义归纳逻辑”是并不恰当的。至于数学概率论发展了三百年，才有人提出新的概率结构，也并不足怪。非欧几何不也是在欧几里得几何定型两千年后才出现的吗？

科恩写作《归纳的涵义》一书时（该书出版于1970年），还没有认识到需要一个与正统概率不同的独特的概率结构。但归纳概率理论是归纳支持理论的自然发展，科恩1977年发表《可几的与可证的》贡献于此一论题。

最重要的一点是从概念上弄清楚“归纳支持”与“归纳概率”的联系与区别。

先谈区别：

归纳支持式$S[\forall x(Rx\rightarrow sx),Ei]=\frac{i+1}{n+1}$，

相应的

归纳概率式$P(Sa,Ra)=\frac{i+1}{n+1}$

支持系针对全称命题“所有的R都是S”而言，其证据是对用相关变量设计的实验所得结果的报道。归纳概率则仅赋予单个事件Sa（某个a是S），其证据也是单个事件Ra（某个a是R）。对于归纳支持，结论（假设）提出在先，证据（相关变量）收集在后；对于归纳概率，则证据在先，结论在后，归纳概率用于表征推理过程。

两者的联系在于，当我从归纳概率式中的前件Ra（我已观察到这个单独事件）“推出”后件Sa（尚未观察到）时，我是把有关的全称假设$\forall x(Rx\rightarrow Sx)$以及它已获得的归纳支持当作“证明规则”当作由此及彼的桥梁来使用的。但是这座桥梁不象演绎推理规则那样牢靠安全。它的一般来说总是低于1的安全系数，便是这一推理过程的概率。

举例说，我看到现在满天乌云，便推论“马上要下雨”。推论中我使用了气象学上的假设：“凡遇黑云蔽天，则必下雨在即”，这是个全称命题，它得到过一定的支持，因而我的推理也有一定的概率。但显然上述假设在很多情况下是受到反驳的。比方说正刮着猛烈的向海风，我的推理的可错性就很大，使用这样的“证明规则”就极不安全。事实上，上述假设通不过“风速”这一相关变量的所有

变素。为了较可靠地推理，我应该使用较可靠的“证明规则。”眼下我不能单以“满天乌云”，而应以“满天乌云且有强劲向海风”（$Ra \cdot V_1^1 a$）作为前件，推理结果应是“不会下雨”。因为，同样作为气象学的假设，“满天乌云且有强劲向海风，则必不会下雨”（$\forall x(Rx \cdot v_1^1 x \rightarrow \overline{S}x)$）与“满天乌云且有强劲向海风，则必定下雨”（$\forall x(Rx \cdot v_1^1 x \rightarrow Sx)$），前者比后者得到过较大的支持，所以我以前者作为“证明规则”。相关变量还多得很，如气压、气温等等。我把当前情境的诸因素参考得越周密，前件内涵越丰富，我的推理就越可靠。此时我使用的“证明规则”（$\forall x(Rx \cdot R_1 x \cdot R_2 x \cdots Rnx \rightarrow Sx)$）已将原来属于相关变量的情境移作对于对象论域的限制，论域的范围越缩小，距离“充分支持”就越近。

这里需要对归纳支持的概念作一点补充。设归纳概括U最初为“所有的R都是S”（$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$），相关变量为$v_1, v_2 \cdots, vn$，但在前i个相关变量$v_1, v_2 \cdots, v_i$中，有的变素组合$v_1, v_2 \cdots, v_i$对概括有利，而有的变素组合$v_1', v_2', \cdots, v_i'$则不利，因此，假设U甚至连一个变量都通不过。此时若修改U

为U′：“凡R并且$V_1, V_2, \cdots V_i$者必为S”（$\forall x(Rx \cdot v_1x \cdot v_2x \cdot \cdots Vix \rightarrow Sx)$），把论域限制在对最初假设有利的变素组合上，其效果与最初假设通过了这些变素所属的变量是一样的，所以，可以认为U′已经得到了$\frac{i+1}{n+1}$的支持度。科恩用“权重”（Weight）这个概念刻划后来所添加的情境；“权重”测度证据信息，并把它转移到支持度上。一种特别有趣的情况是，“权重”交替着减少和增加支持度，导致支持度的“振荡”。不考虑任何变量时，已有$S[\forall x(Rx \rightarrow Sx)] = \frac{1}{n+1}$，但若$V_1$是变量$v_1$中不利于U的变素（如，存在向海风之于“满天乌云必下雨”），则$S[\forall x(Rx \cdot V_1x \rightarrow sx)] = 0$，从而我应判断不会下雨，换言之，判断下雨的概率为零：$P(S, R \cdot V_1) = 0$；但变量v_2的变素V_2又抵消了V_1的不利作用（如，虽有向海风，但气压很低，天仍会下雨），则$S[\forall x(Rx \cdot V_1x \cdot v_2x \rightarrow Sx)] = \frac{3}{n+1}$从而$P(s, R \cdot v_1 \cdot v_2) = \frac{3}{n+1}$确实，当满天乌云，同时有向海风并气压很低时，人们断言会下雨，比仅凭满天乌云而对其它因素一无所知时断言会下雨，更可靠，因为已有两个变量v_1和v_2固定在有利组合中而被通过，不复能起证伪作用。“权重”（信息量）的增加减少了推理的不确定性，增加了

概率。以此类推，v_3和v_4分别为不利和有利变素时，有$P(S,R\cdot v_1\cdot v_2\cdot v_3)=0$，$P(S,R\cdot v_1\cdot v_2\cdot v_3\cdot v_4)=\frac{5}{n+1}$，……。

许多通俗逻辑读本把著名的“苏格拉底有死”的推论当作演绎推理的例子来讲解。“人必有死，苏格拉底是人，故苏格拉底有死”，大前题，小前题，结论，顺理成章，无懈可击。然而这样讲不尽妥当，恐怕这也是造成“演绎逻辑系从一般推论个别”这种广泛误解的一个原因。按照这种理解，演绎推理未免也太容易，太平凡，太软弱无能了，至少与演绎科学的典范——数学的实际情况相去太远。概念上较恰当的看法是：从“苏格拉底是人”推出“苏格拉底有死”是一种归纳概率的推理，它所使用的“证明规则”——“人必有死”，在无论何种情境下都得到了充分的“归纳支持”，以致它具有与演绎规则几乎同等的可靠性。如此而已。采取这种看法，则某些人非常热衷的“充足理由律”之争也就可以偃旗息鼓了。关于演绎逻辑的证明规则，曾提出过许多深刻和艰难的问题，本世纪数学基础和数学哲学上的研究与讨论常常离不开这些问题，但是“充足理由律”之争肯定不属于这类问题。“大前提”的建立靠“归纳支持”，除了极少数例外，要求归纳概括得到象演绎规则一样的“充

足”支持无疑是乌托邦，质言之，“充足理由”一词的意义本身就不清楚。

概念上弄清了“归纳概率”与“归纳支持”的区别与联系，科恩对“归纳概率”测度的规定也就成了题中应有之义：

如果$S[\forall x(Rx\rightarrow Sx)]=\frac{i+1}{n+1}$，

（请记住这一等式的丰富含义，它是关于相关变量。它们的排序，假设通过各组规范试验的情况等等一整套话的缩写）

那么，$P(Sa, Ra)=\frac{i+1}{n+1}$。

分别用P_1与Pm表示“归纳概率”与通常“数学概率”的算符。一眼就看得出P_1与Pm的一个明显区别：P_1只能取间断的有理分数值，Pm则能取连续统〔0,1〕的任意实数值。但这一区别在概念上并不重要。

科恩公正地承认，概率作为证明规则可靠性或可证性（pruvability）的量度这一思想，别人早就提出过，如德·摩根（de Morgan），凯恩斯，魏斯曼（F·Waismann）等人。但他们都没有提出这一度量具有一种非巴斯卡型的结构。概率结构多元化的思想和实践是科恩的贡献。

归纳概率的结构特性，常令熟悉数学概率的人吃惊。由于归纳概率是从归纳支持导出的，其语形

结构亦可从分析归纳支持的语形结构得出。限于篇幅，我们只介绍几个最重要的特点。

一、合取原理

如果$S(H', E) \geqslant S(H, E)$，那么$S(H \cdot H', E) = S(H, E)$ （7—1）

意即，实验对两个假设的合取式的支持度等于那个从实验中受益较少的假设所获得的支持度。这里要求两个假设在同样的实验设计E下受到检验，为H设计的实验情境也能用于对H′的检验，换言之，H和H′的相关变量至少是部分重合的。由于S（H′，E）≥S（H，E），H′除通过H所通过的全部变量v_1，…，v_i外，还能再通过若干变量直到V_j（$j \geqslant i$），显然，假设$H \cdot H'$在实验中能通过并只能通过直到v_i的相关变量，所以S（H·H′，E）=S（H，E）这叫做归纳支持的合取原理。从它能直接得出归纳概率的合取原理：

如果$P_1(S', R) \geqslant P_1(S, R)$那么$P_1(S' \cdot S, R) = P_1(S, R)$ （7—2）

但对数学概率来说，

$Pm(S \cdot S', R) = Pm(S, R) \times Pm(S', R \cdot S)$ （7—3）

（7—3）右边的$Pm(S', R \cdot S)$通常小于1，所以

通常有

$$Pm(S\cdot S', R) < Pm(S, R). \quad (7-4)$$

7—2式与7—3式（或7—4式）的区别，犹如罗巴切夫斯基几何的平行公理与欧几里得几何第五公设之间的区别。

二、否定原理

在数学概率中，$Pm(\overline{S},R) = 1 - Pm(S,R)$ $Pm(S, R)$与$Pm(\overline{S},R)$只要有一个大于零且小于1，两者就都大于零。但在归纳概率中，情况完全两样：只要归纳概括$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$从实验获得非零支持度，从而$P_1(S, R) > 0$，那么在多数情况下$P_1(\overline{S}, R) = 0$换句话说，若得出一个结论的归纳概率为非零正值，则得出相反结论的归纳概率为零，是为归纳概率的“否定原理”。它容易从“合取原理”导出：

如若不然，有$P_1(S, R) > 0$并且P_1（非S，$R) > 0$，根据合取原理便有

$$Pi(S\cdot\overline{S}, R) = \min[P_1(S, R), P_1(\overline{S}, R)] > 0 \quad (7-5)$$

但$P_1(S\cdot\overline{S}, R)$的值等于相应的归纳概括所获得的支持度，这相应的归纳概括$\forall x(Rx \rightarrow Sx)\cdot\forall x(Rx \rightarrow \overline{S})$是一个矛盾命题，它不可能从任何

实验得到非零的支持度，因此7—5式不能成立，也即$P_1(S, R)$与$P_1(\overline{S}, R)$不能同时大于零。①

7-5 归纳支持与归纳概率的形式化

在对归纳支持和归纳概率的概念进行了充分的非形式讨论之后，科恩又成功地构造出它们的形式公理系统，从而把在非形式讨论中阐明的各项想法及其相互间的关系更精确更恰当地表述出来，组织成为一个层次分明、脉络清晰、纲目井张，秩序井然的逻辑结构。

对形式化工作的轻视或迷信都是有害的。形式化有局限性，许多思想它表达不出来，此其一。更重要的是，形式化不具有发生学上的优先性，即使业已得到充分而恰当的形式表述的思想和理论，在起源上也总是非形式的。没有人能绝对严格地运用形式语言思考，即便卡尔纳普这样的形式化大师也不能免俗。总是先有了一些想法，然后才能把它形式化；这些想法最初的语言载体必定主要是自然语

① 严格地说，上述推论是不严格的，比方说，还应考虑R的先验概率PI(R)，但我们的目的仅在作一简略通俗的介绍，锱铢必较也许反会搅乱思路。

言。至于这些想法怎样从某人的内心里发生和成型，则更与许多复杂因素（包括非语言的，甚至非理性的因素）有关。另一方面，形式化的作用又不仅仅是无足轻重的再表述。形式化常常对非形式的思想起检验、澄清、修正的作用，常常帮助后者的发展。例如，在非形式讨论中被视为理所当然的某些想法，经过形式化却发现是自相矛盾的。形式化还可能导出一些非形式讨论中意想不到的结果，它常常能走得更远一点，开掘得更深一点。一种思想在得到好的形式表述以后给予我们的深刻印象，是许多人都体验过的，我们感到它更美了，它的结论更可靠了，等等。总之，形式和非形式的讨论两者间存在着“反馈”作用，研究者理应努力和恰当地加以控制，不可偏废。

构造形式系统的一般程序无非是，先给出一个“对象语言”（object langnage），它包括若干类的原始符号（相当于自然语言的字母），以及符号怎样构成句子的规则（相当于自然语言的句法），然后选择若干句子作为公理，确定推理规则，原始符号的制订和公理及推理规则的选择是以非形式讨论为依据的，也受到形式结构关系的制约；再后，从公理出发推导定理；最后，评价整个系统的形式结构，研究它的协调性、完备性等等。

在非形式讨论与形式讨论之间存在着对应关系。前者对后者是“解释”，后者对前者是“表述”。人们不应把非形式讨论中的所有想法都表述为公理。有些想法，甚至那些基本的想法，编织进形式之网后也许成了后生的定理。重要的是，非形式的想法应要求在形式系统中“重新得出”，而在“重新得出”的过程中，原来各种想法的逻辑关系就清楚地呈现出来了。

形式化工作要求高度专门的技巧，所以我们不可能在这里把科恩的归纳支持和概率的形式系统详细完整地加以敷衍，只能按上述程序勾勒一个非常粗糙的轮廓。

科恩的归纳逻辑系统是路易斯（C.I.Lewis）的模态逻辑系统S_4的一个推广。在通常一阶谓词逻辑所用的原始符号，如常元、变元、谓词、逻辑连词等之外，它引进加了上标的模态常元符号以表示“支持度”：

“□d…”意指“…是逻辑上或分析上真的，”

“□e…”意指“…得到了充分的支持，”

“□i…（i>e）”意指“…得到了第i级支持”，

并用“□x”表示模态符号的变元。

除了通常一阶谓词逻辑的句子形式规则，这个

系统还认可了将诸如□iA，∃□^{x}B等形式作为句子的规则（当然A、B等要符合一定的条件，兹不一一赘述）。

在《归纳的涵义》一书中，科恩选择了16条句子（标号101—116）作为推理规则，并作公理（不区分公理和推理规则，是形式处理中常见的方式，与区分两者并无实质的差异）。接着他推出48条定理（标号201—248）刻划了模态常元的某些基本的逻辑性质。其中两条特别有趣：

230.⊢（□^{i}Hv□$^{i}\overline{H}$）→（□^{i}H→H），当i>0时。

这条定理表明，不能认为□^{i}HV□$^{i}\overline{H}$必定成立，即两个互相反对的假设H和非H必有一个能得到充分的支持，否则将推出□^{i}H→H，意即只要H得到一个非零支持度，哪怕并不充分，H便为逻辑真，这是显然不能接受的。这条定理等于说，排中律在此处不成立，单凭非形式的讨论很难看出这一点。

240.⊢∃x□^{i}H→∀x□^{i}H

该定理的意思是，只要对某一个x，假设H得到了第i级支持，那么对所有的x，它都得到同等程度的支持。这恰与非形式讨论中关于实验可复制的想法一致。

关于一元和二元支持函数（分别形如S(H)，S(H，E)），科恩分别得出60条和99条定理（标号为301—360，401—499）

关于归纳概率的形式讨论，科恩是在《可几的与可证的》一书中进行的。正如在非形式的讨论中，归纳概率以归纳支持为基础，归纳概率的形式系统也是归纳支持形式系统的延拓，是加盖在上面简略勾划的建筑物上的新一层，科恩添加了16个带有概率符号的句子作为推理规则。在标号为601—615的15条定理中，他讨论了一元概率算符的性质。而701—740这40条定理，则刻划二元概率算符的性质，其中

605. $\vdash P(s)>0\rightarrow P(\overline{S})=0$,

731. $\vdash (p(s,R)>0\cdot p(\overline{R})=0)\rightarrow P(s,R)=0$

即与数学概率大相径庭的“否定原理”。归纳概率的“合取原理”则表达在定理722中，

722. $\vdash P(S_1,R)\geqslant P(S_1,R)\rightarrow P(S_1\cdot S_2,R)=P(S_2,R)$

这些在非形式讨论中直接得出的想法，现在是从公理出发，通过严格的形式变形手续得到的，这一点特别重要，也特别有趣。

归纳概率虽然在科恩手中作成了一个完整精巧

的结构，但与数学概率论的巍巍大厦相比，终究显得矮小、单薄。这与非欧几何之于欧几里得几何的比较，是不可同日而语的。归纳概率的前途如何，它能不能成长壮大，能不能找到或锻造出一些有效且有力量的工具继续发展，使它获得堪与数学概率论相埒的理论成果和应用成果，还得拭目以待。

7-6 法庭辩论的逻辑

从十七世纪巴斯卡、费尔巴算起，数学概率论已有三百多年的历史，但“概率”，“可能”等词汇的历史却更悠久得多。科恩宁愿把数学概率论看作人们早在使用，但十分含糊的概念的一种明确定义。以往许多哲学家在概率的解说上争论不休，都想定于一尊，这是没有看到概率概念起源上的多元化。其实，不同的解说满可以和平共处，各司其职。麦基（J·L·Mackie）在《真理、概率和悖论》一书中指出：“概率”一词至少有五种基本含义，但又强调这五种含义都是从“一个中心意义的根基上生出来的，”① 它的语形便是数学概率论的公

① 转引自J·Cohen The Probable and The Provable, 1977, P.10

理结构。这种“多元其表，一元其里”的观念仍是科恩所不能同意的。因此，他不能满足于从实验科学的考察形成其归纳支持的理论并导出归纳概率的概念和制订它的语形结构，他还必须踏勘归纳概率“在当代人类文化中”①的应用领域。他所谓的“应用”，首先是指，在这些领域，人们实际上所进行的推理是与数学概率的结构不相容的，而与归纳概率倒很一致；然后才指，人们可以有意识地应用归纳概率于这些领域的推理，就象应用数学概率于大数现象的研究一样。这后一步，现在还谈不到。事实上，阅读和了解科恩的归纳概率理论的人毕竟是极少数。这种自觉的应用只有提供出切实的好处来，才能感召人们。科恩认为法庭证明是归纳概率的重要应用领域，且作了令人信服的分析。但是，有经验的法官早就按科恩所分析的那样在做了，他们自己是否意识到是无关紧要的。除非表明有意识地应用归纳概率将大大提高法庭证明的效能和正确性，或得到别的意想不到的好处，否则绝大多数法官是不会有兴趣和闲暇去研究科恩的理论的。需要指出，科恩本人对归纳概率应用问题的研究，是在上述第一种意义上。

① 转引自J.Cohen The probable and provable, 1977, P.229.

先举一个日常生活的例子。当我们看到一个顾客走出店门并径直向街沿走去时，我们便推理："他将穿越马路"。下面的分析意欲表明，这一推理遵循归纳概率而不是数学概率的模式。事实上，推理中应用了一个归纳概括作为"证明规则"："凡是在人行道上垂直于街沿行走的人，通常是想穿越马路"。这里"通常"一词表示此概括曾得到过较高的归纳支持。坚持数学概率模式的人可能会反驳："上述概括正是靠对大数现象的数字概率统计建立的，比方说，90%的人在上述情况下的后继行为确实是穿越马路。"但数学概率模式马上碰到一个困难：如果我们看到这个人手提或肩负着沉重的物品（刚从商店购买），而马路同一边不远处又正好停着一辆出租汽车，我们便会不管统计中绝大多数人的行为会怎么样，而推理说：他是想走到街沿去招呼司机。之所以得出相反的结论，是引进了两个变素，"携带重物"（v_1）与"车停同一边"（v_2）。推理规则已变成："凡携带重物走出店门垂直于街沿行走的人，如同一边街沿停着出租汽车，则他通常是想招呼司机（非穿越马路）"。即使我们的推理错了，那人实际上还是穿过马路进了对面的厕所，我们也将把致错的原因归于未考虑到另外的相关因素：一，该先生膀胱内壁所受的压

力。二，马路对面有一个厕所；而不归于出现相反情况的一个较小的数字概率。至少可以说，推理中可考虑的相关因素越多，就越显出我们是在按归纳概率而非数学概率模式进行推理。而在没有相关因素，或相关因素很少时，我们的思路也总是倾向于“搜索”更多的相关因素以提高推理的确定性和可靠性，而不是去揣摩在这没有或很少相关因素的条件下，人们采取不同行为的统计概率各是多少。在此例中，把车停的位置当作变量v_2，而当前的变素v'_2是“在马路对面”，我们仍面到原来的结论：他将穿越马路。

科恩考察得最详细的一个应用领域是法庭证明。将概率用于法庭的想法由来已久。概率论的一个早期研究者，法国大革命的积极活动家孔多塞（Condorcet）在这方面做过许多努力，他希望达到一种理想：在法庭上，“我们的推理不再是感觉的奴隶。”当然，使用的是数学概率。在法律哲学文献中，对法庭证明的概率基准究竟是什么，大致有三种答案。

某些作者认为这种概率理应是数学性质的，例如布尔在其名著《思维律的研究》（1854）一书中就毫不含糊地谈论数学概率论用于刑事法庭上确认一个被告有罪的概率，他显然一点也没有注意到假

定这样的概率可以计算带有极大的空想性。

更多的作者〔如上世纪的斯塔基(T·Starkie)在《法律证据的实用处理》中，近人特里勃(L·H·Tribe)在《借助数学来审判》以及《法律过程的精确性与程序》中〕则认为，这种概率在原理上是数学的，而在实际上是难于计算的。换句话说，他们认为，如果真能计算出这种概率的大小，则它们必定服从数学概率的原理。

第三种观点是少数派。认为法庭上所用的概率即使在原理上也不是数学性质的。早在十九世纪，边沁(J·Bentham)《法庭证据的处理》和穆勒(《逻辑系统》，严复译《名学》)即持此论。但是他们找不到可以用来取代数学概率的另一种完整的概率结构。

科恩自然属于第三派，他的贡献在于提供了正面的分析工具。

公认法庭判决的两条标准是：

在民事案件中，原告和被告都必须在“概率的平衡”基础上证明。

在刑事案件中，检察官必须在是以排除一切合理怀疑的概率水平上证明。

科恩列数六大困难，表明倘若法庭上的概率是数学性质的，则这两条标准都不能满足。而在分析

了法庭证明中的概率符合他的归纳概率理论后，他又详细论述这六大困难对于归纳概率如何是不存在的。限于篇幅，关于这些困难的提出和克服就只好割爱了。我们只举例介绍法庭证明为什么是“归纳概率”型的。

先谈刑事案件。一位警察提供证词，被告律师也认可证词中叙述的事实：被告于半夜三点在一所房子的花园里被抓住，而这所房子刚刚失窃，并且被偷的珠宝又正好在被告的衣兜里发现。确认这些事实后，法庭开始辩论。检查官的结论是：被告即小偷；他的推理隐含如下前提：如果一件物品从它平时所在的地方被移开，而随即发现一个人在附近并据有着这一物品，则必定是这个人移动了该物品。这是一个形如$\forall x(Rx \rightarrow Sx)$的归纳概括。被告律师接着提出，这一概括在当前情境中是不能用的，因为失窃后在园子里还发现过另一个陌生人，而珠宝是被告从地上捡到的，他本想归还却先被逮捕了。很清楚，有没有别的陌生人在场，对检查官的“归纳概括”是一个相关变量。于是，为了消除合理的怀疑，检查官必须以某种方式摧毁被告证词的力量，或者，他可以表明根本就没有任何别的人在园子里，或者，他掌握进一步的证词，证明被告人是被看到从屋子里跑出来的，等等。

实际的辩论可能要复杂得多。被告方面可以在每一个细节上向检查官挑战。检查官则必须表明每一个所提出的相关因素都是有利于他依靠的那个归纳概括的，例如，其中需要包括被告是神智清楚的，明白自己的所作所为的，等等。法庭辩论一直要进行到所有的合理怀疑都被排除，即被告方面提出的所有相关变量的实际变素V_1，V_2，…，V_n都有利于应用检察官的归纳概括，并且被告方面再也提不出新的相关变量。此时，实际所用的是得到充分支持的概括$\forall x(Rx\cdot V_1x\cdot V_2x\cdot\cdots\cdot V_nx\supset Sx)$，相应的概率便为$P_1(Sa, Ra\cdot V_1a\cdot\cdots\cdot V_na)=\frac{n+1}{n+1}=1$。法官便可判决被告有罪。当然，仅仅属于想象的可能性是不能当作合理怀疑来认真看待的。被告律师如果在理屈词穷之际声称有一种不可验证的神奇力量把珠宝吸到被告的衣兜里去，恐怕他的营业执照会被吊销。

不仅从业已确认的事实进行推理遵从归纳概率结构，对事实的确认也是归纳性质的，用科恩自己的话来说："证人所云系事实真相的概率也应被看作是一种归纳概率，而不是数学概率。说真话的统计值此处不予考虑。这个概率的提高本质上是以归纳的方式，即人们看到相关情境中的越来越大的部分成了有利的：证人说话直截了当，不闪烁其

词，首尾一贯，不自相矛盾；他的证词与别人的证词相吻合，他平素的正派忠实无可挑剔等等。”①

再说民事案件，其原则是“概率的平衡”。这是什么意思呢？也试举例说明。

原告诉被告违反替他盖一座厂房的合约，致使他的营业遭受损失。法庭上要辩论的是究竟有没有过这样一个合约。原告说有，证据（R_1）是：他曾多次口头向被告建议这一合约，而被告也在好几个场合表示过兴趣和同意。被告强调证据R_2：原告拿不出被告接受合约的书面文本。此处，原告推理中使用的概括是这样的：只要一个人对别人建议的合约在某些场合表示过同意，他也就事实上接受了合约。但是不存在书面文本却对应用这一概括构成不利条件。于是原告提出证据R_3：他已支付过一笔钱给被告作为定金，被告又提出证据R_4进行反驳：原告对他负有债务，这笔钱是还债。原告又提出R_5：被告已调集一些建筑材料，说明他是想盖这个厂房的；被告则反驳（R_6）说：他需要这批材料是派别的用场。如果在这一点上，没有更多的事实提出来值得法官注意（两造的争论可能没完没了，但值得法庭注意的事实却有个终点，这便是

①I·Cohen The Probable and The Provable, 1977, P 251

法庭的作用和公正性所在），那么，原告在这个案子中就败诉了，因为他未能在概率的“翘翘板”上最终占上风。用归纳概率符号表达这一辩论过程（我们把概率值的分母略掉，并不会引起误解）：

$P_1(S, R_1)=1$，从而 $P_2(\overline{S}, R_1)=0$，所以 $P_1(S, R_1)>P_1(\overline{S}, R_1)$ 原告占上风；

$P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2)=2$，从而 $P_1(S, R_1\cdot R_2)=0$，所以 $P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2)>P_1(S, R_1\cdot R_2)$，被告占上风；

$P_1(S, R_1\cdot R_2\cdot R_3)=3$，从而 $P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3)=0$，所以

$P_1(S, R_1\cdot R_2\cdot R_3)>P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3)$，原告占上风；

$P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4)=4$，从而 $P_1(S, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4)=0$，所以

$P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4)>P_1(S, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4)$，被告占上风；

$P_1(S, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5)=5$，从而 $P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5)=0$，所以

$P_1(S, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5)>P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5)$，原告占上风；

$P_1(\overline{S}, R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5\cdot R_6)=6$，从而 $P_1(S, R_1R_2\cdot R_3\cdot R_4\cdot R_5\cdot R_6)=0$，所以

$P_1(\overline{S}, R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot R_6) > P_1(S, R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot R_6)$，被告占上风。

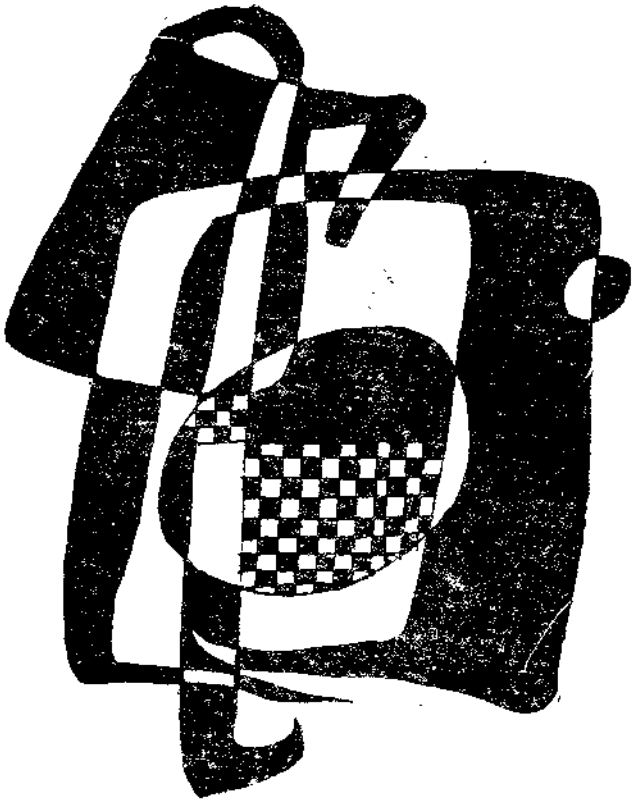
辩论结束，被告获胜。（注意上面诸式中用了“否定原理”）

判决是以证据总体的权重为根据作出的，权重越大，判决越正确。民事案件与刑事案件的区别在于不要求克服所有的合理怀疑，法庭只听取两造的证据，判断哪一方在辩论中是真正说出“最后一句话”的人。

如用数学概率分析法庭证明，确实不能表明“概率平衡”的合理性．如果胜诉败诉取决于数学概率的高低，即便以90％对10％，法庭也得蒙受在100件案子中错判10件的坏名声。凯恩斯早就说过：“数学概率不能量度证据的权重，而权重正是平衡所决定的东西。”①

科恩所考察的归纳概率的应用领域不止法庭证明。但请记住，他并不想用归纳概率来独霸天下。他承认有许多领域不是归纳概率的用武之地，不仅数学概率有其不可取代的作用，甚至将来还可能提出更新的概率结构来。

①M·Keynes, A Treatise on Probability, 1929, P·86.



第八章
归纳问题的逻辑化身——归纳悖论

归纳问题的逻辑症结在于前提的真不能担保结论的真。休谟本人似乎认为对这个毛病是没有逻辑药方可医的，他开了一张心理主义的诊断书：归纳是人心不可避免不可抑止的一种冲动。现代符号逻辑的蓬勃进展，重新激起人们从逻辑上解决归纳问题的兴趣和信心，由此涌现出各式各样的归纳逻辑系统。

一个基本的想法是，对应于演绎推理的“承担”（entailment）概念，用符号逻辑语言模塑一个归纳推理的“确证”（confirmation）概念。在演绎推理中，前提克尽厥职，不折不扣地承担着结论，关于这一点，数理逻辑作出了足够完善和一致公认的表述；如果归纳前提对结论所负的责任——“确证”，也能得到一个同等清晰和完善的表述，那么，可以认为归纳的逻辑方面的问题就获得解决

了。但是，在对确证概念的提炼加工中，归纳问题一再化身为归纳悖论冒出来，其中最主要最出名，被人们讨论得最多的一个是亨佩尔悖论。

二十年代，尼科德（J.Nicod）对一种广泛接受的确证定义作了明确叙述："考虑公式或定律：所有的A都是B，那么，一个特殊命题，或干脆说，一个事实怎样影响它的概率呢？如果事实由既是A又是B的实例组成，它就有利于定律：所有的A都是B，反之，如果事实由一个虽是A但不是B的实例组成，它就不利于定律，可以想见，事实影响一个定律的概率的直接方式只有这两种，……，我们把它们分别叫做确证和反证（invalidation）。"①确证的这个定义常被称为"尼科德标准"。

亨佩尔（C.G.Hempel）在发表于1945年的著名论文"确证度的一个定义"中指出：尼科德标准包含着悖论。

尼科德标准可以写成如下图式

$$\begin{array}{l} h:\ \forall x(Ax \longrightarrow Bx) \qquad (8-1) \\ \hline \begin{array}{l} Aa \cdot Ba \\ \hline h\text{得到确证} \end{array} \end{array}$$

（图式一）

但是全称命题h等价于h′：$\forall x(\overline{B}x \supset \overline{A}x)$，即"通

①J·Nicod, The Logical Problem of Induction, 1923. P·219.

常说的一个命题等价于它的逆否命题。于是，尼科德标准又可写成另一种图式：

$$\frac{h,\ \forall x(\overline{B}x \longrightarrow \overline{A}x)}{\overline{B}b \cdot \overline{A}b} \quad (8-2)$$

h，得到确证

（图式二）

根据图式一，既是天鹅又是白色的事物确证“天鹅皆白”，但根据图式二，则既不是天鹅又不是白色的任何东西也都能确证“天鹅皆白”。于是乎，红头绳，黑乌鸦，青山绿水，蓝天彩虹，一眼望去，举凡不是天鹅的东西，只要也不白，几乎一切的一切，都成了有利于“天鹅皆白”的证据。这不是悖谬荒唐到极点吗？对亨佩尔悖论的介绍，常常到此为止。

但是仔细想一想，这里的悖和谬，主要在于用根本不是天鹅的东西来证明关于天鹅具有某种性质的普遍概括。根据常识，为了验证某类事物普遍具有某种性质的断言，只能限于在某类事物之内进行检查。上述悖论，只是与这种常识看法相悖之论。然而，难道常识就那么可靠吗？难道真的绝对不能越出某类事物之外来检查关于这类事物普遍性质的任何断言吗？

事实并非如此。冯·赖特（Von Wright）设计过一个有趣的例子，表明即便常识也不是绝对地

不能接受用“非A”的东西来证明“所有的A都是B”。

设想我们面前放着一个装有大量小圆球和小方块的坛子，预先知道所有的球和方块都是白色或黑色的。我们从坛子里随机地取球或方块，不再放回。取了若干次以后，我们发现，取出的球有黑有白，取出的方块全是白的。于是我们作一个断言：坛子里所有的方块都是白的。为了验证断言，继续去取，如果终于取出了一块黑方，则断言被证伪，但若我们仍然只是得到白的方块，或白的球，或黑的球，我们会怎么想呢？白的方块无疑确证断言，白的球暂且不必管它，面对黑的球，我们会想，既然能取出黑球，为何取不出黑方呢？大概坛里面确实没有黑方，黑球取出越多，我们就越相信坛里所有的方块都是白的。既不是方块也不是白色的东西——黑球，现在确证了“方块皆白”这一假设。毫无悖理之处。

冯·赖特的设计表明，用一类事物之外的东西确证关于此类事物某种普遍性质的断言，并不包含悖论，倒是看似有理的常识观点（尼科德标准反映了这种观点）有自我悖谬之嫌。其实，到此为止，尼科德标准中的悖论还没有充分展示出来。

对于任一个归纳概括“所有的A都是B”（如

“天鹅皆白”），世上有的东西是确证它的（如白天鹅），有的东西是反证它的（如黑天鹅）。确证实例与反证实例的全体称为相关实例。冯·赖特的设计说明“所有的A都是B”的相关实例可以不限于A，某些不是A的东西，也能与它相关。但无论从常识，还是从严格逻辑的观点来看，下述论断是无可置疑的：世上一切事物不可能都与某一个归纳概括相关，总应存在着既不确证也不反证某一归纳概括的东西，哪怕只有一个这样的东西。这个论断显然比冯·赖特质疑的常识看法宽容得多。然而能够表明，尼科德标准连如此宽容的约束都不遵守，按照这一标准，将得出一切事物都与“天鹅皆白”相关，不是确证它，便是反证它的结论。

表8—1将一切事物分成四个子类，分别以a，b，c，d作为它们的个体代表。

表8—2显示了这四个子类与式（8—1）、式（8—2）的相关情况。

至少以c为代表的子类，对两个等价式（8—1）

表8—1

	A（天鹅）	$\bar{A}$（非天鹅）
B（白）	a	c
$\bar{B}$（非白）	b	d

表8—2

子 类	性质描述	与$\forall X(AX\rightarrow BX)$的关系	与$\forall(BX\rightarrow AX)$的关系
a	Aa·Ba（白天鹅）	确 证	不相关①
b	Ab·Bb（非白的天鹅）	反 证	反 证
c	AC·BC（白的非天鹅）	不相关	不相关②
d	Ad·Bc（非白也非天鹅）	不相关	确 证

和（8—2）都是不相关的，所以现在还未与上述较宽容的标准相冲突。但是，$\forall x[Ax\rightarrow Bx]$另有一个等价式

$$\forall x[(Ax\vee\overline{A}x)\rightarrow(\overline{A}x\vee Bx)] \quad (8—3)$$

按尼科德标准，它的确证实例有如下形式

$(Ax\vee\overline{A}x)\cdot(\overline{A}x\vee Bx)$，等价于$\overline{A}x\vee Bx$，即只要或者是非A，或者是B，都确证式（8—3）。由于a子类与c子类满足“是B”的条件，d子类满足“非A”的条件，所以a，c，d三个子类确证式（8—3）。按尼科德标准，式（8—3）的反证实例则有形式

①②回忆前引尼科德的原文，他规定A·B确证“所有的A都是B”，而A·B反证“所有的A都是B”，并说事实影响定律概率的“直接方式”仅此两种，这等于说A与$\forall x(Ax\rightarrow Bx)$不相关，因此对于$\forall x(\overline{B}x\rightarrow\overline{A}x)$来说，$(\overline{B})\Leftrightarrow B$为不相关类。

$(Ax \vee \overline{Ax}) \cdot (\overline{A}x \vee Bx)$ 等价于 $Ax \cdot \overline{Bx}$，

这正是b子类满足的条件，所以b子类反证式（8—3）。总之，“天网恢恢，疏而不漏”，世间一切事物都不能逃脱“所有的A都是B”的关系网。尼科德标准在其表述中本已蕴涵着存在不相关事物的结论，在其应用中却得出“全相关”的结论。马克斯·勃兰克（Max Black）正确地建议：“亨佩尔论证的适当标鉴应是‘全相关悖论’”。①

尼科德标准既然自相矛盾，亨佩尔便须自己建立一个确证概念的定义。他的工作分两步走。第一步，设立确证概念应满足的若干条件，他提出了承担条件，后承条件、协调性条件以及观察报告的等价值条件；第二步，拟定一个满足上述诸条件的具体定义。但是卡尔纳普指出，亨佩尔的定义也是包含悖论的。拿后承条件来说，原意为：如果已确证h，h又演绎地蕴涵h′，则e也确证h′。乍一看，这个条件十分显然，理应服从。但卡尔纳普却能构造出这样的e，h和k，使得e与h正相关，却与hvk负相关，尽管h演绎地蕴涵着hvk。原因在于，卡尔纳普是从他自己的归纳逻辑系统出发看待亨佩尔定义的，他把亨佩尔的论述用自己系统的语言翻译出

①J·Hintikka ed. Aspects of Inductive Logic, 1966, P.176.

来，从而显露出矛盾。有趣的是，在卡尔纳普的归纳逻辑系统内部，全相关悖论却消解了，一个次要的原因是，在卡尔纳普系统内部，无论证据是什么，无限全称命题的概率确证度都等于0，确证概念事实上已经失效。主要的原因则在于，卡尔纳普系统本身就是全相关的，它的确证度函数与相关函数能对系统内的一切命题对（h，e）赋值。第三个原因，亨佩尔悖论揭露的是"定性"确证概念的内在矛盾，而卡尔纳普理论事实上没有包含定性的确证概念。

容易看出，全相关悖论来自对"类"的否定。在现实世界，一个类A（如天鹅）是有限制的，而类A的否定$\overline{A}$（非天鹅）却是无限制的，两者根本不能相提并论；然而逻辑上却又把它们当作同等程度的性质谓词看待，因此，要消除悖论，也就应从逻辑上对$\overline{A}$作出某些限制，卡尔纳普的形式框架，实际上做出了这种限制。

在冯·赖特所举的例中，那个坛子是非常重要的，它构成了限制，正是由于它的存在，不是方块的黑球也可以成为"所有的方块都白"的确证实例。坛子可大可小，可方可圆，同样，逻辑学家也能构造出各种不同结构的形式模型。冯·赖特本人就构造过一个与卡尔纳普迥异的逻辑"坛子"来排

除全相关悖论。这一类的工作已经做得非常之多。

入乎“坛子”之内，研究者们的工作是无可挑剔的，显示了作为科学的哲学家的当行本色和深厚素养。但是出乎其外，则容易看出每个“坛子”的缺陷和局限。研究者们并不能将现实世界塞进“坛子”里去，被框架束缚住的只是他们自己。而当他们看别的模型时，眼界就较为开阔，这就是为什么他们彼此之间的批评往往能击中要害。

为现实世界构造整体形式模型的做法，抱负过大，难免失败。逻辑学家一次又一次地把归纳问题关进预先准备好的模型牢狱，用符号、公式、算法整套材料搭起的熔炉锻烧它，却始终未能将它熔化，它再三地出逃，经过炼狱之火的熬炼，反而更显得桀骜不驯。现在越来越多的归纳哲学家认识到，归纳问题是不能单靠纯形式的逻辑方法解决的。对归纳概括的确证（或者说支持），不能离开有关的知识背景、实验情景、命题意义等来定义。设想有一个人要求我考虑命题H：“所有的A都是B”，这里A和B代表两种确定的性质，但他不告诉我是什么性质，我对这个命题当然无法形成任何看法。然后他又对我说，有一件东西（也不告诉我是什么东西）同时具有性质A和B，他征求我的意见，由于这个信息，在我看来，命题H的似真程度是否增

加了一点？对此，我除了摇摇头，以示无可奉告外，还能说些什么呢？

归纳逻辑自卡尔纳普之后，逐渐呈现从整体性理论向局部性理论发展的趋势。J·科恩的“归纳支持”和“归纳概率”理论就代表了这种倾向。在科恩的理论中，归纳概括$\forall x(Ax \rightarrow Bx)$不是从“既是A又是B”的实例，而是从相关变量实验汲取支持。为了能使相关变量及其组合的设计得以进行，就一定要限制形式逻辑的等价变换。“蜜蜂能辨色”再也不能用“不能辨色的不是蜜蜂”来代替，对于后者，事实上根本无法设计合理和可行的实验情景。尽管在纯形式上.这两句话等价，但在实验家看来，只有前者才是“可检验的”，后者则不可检验，对它无所谓确证或反证。科恩理论是一种局部性的归纳逻辑，他一再申明，归纳概率的应用范围是有限的。象所有别的局部性理论的构造者一样，他并不放弃现代符号逻辑的工具，而是综合地采用了多种工具，符号逻辑在其中仍然是特别显眼的。

局部性理论当然更不能一劳永逸地解决归纳问题，现实世界有多少个“局部”啊！更何况，每种局部理论还可能产生出它的特殊困难和问题。现代科学的方法与精神提供了解决哲学上归纳问题的强有力工具，反过来又成为产生困难的源泉。老问题

依然故我，新问题层出不穷，出路何在？

退回去，退到常识和思辨哲学，那就没有不可解决的问题了。常识可以宣布一切它所理解不了的思想是“显然的荒谬”；思辨哲学拥有一套神奇的语言，能在任何宽阔的鸿沟上“一桥飞架，天堑变通途”。然而，干脆宣布问题并不存在不是更利索吗？事实上，从常识和思辨哲学中讨生活的人内心里可能有一种情绪，一种疑惑：因果性和归纳怎么会成为问题的呢？正是象休谟这样智力敏锐的人在常人熟视无睹的地方看出了极深刻的问题，并为搜寻问题的解付出了巨大的努力。最终解虽然始终未找到，但是一幢一幢优美的智力建筑却树起来了。谁能说巴洛克建筑，哥特式教堂，故宫大屋顶全是浪费和智慧的误用呢？谁又能因为人类的最终归宿问题尚未解决而主张人们应该从现代住宅中搬出来穴居野处呢？用常识和思辨哲学语言“解决”（应读作“取消”）归纳问题，是智力迟钝和无知的表现，在知识昌盛的今天，无知和倒退是没有出路的。象归纳问题这样深刻的哲学问题将永远不会有一个最终解，也永远不会消声匿迹；它注定要成为一个巨大的引力中心，吸引着一切关心科学的认识基础的人，继续为它付出艰巨的智力劳动。

走向未来丛书

一九八四年出版

人的发现	李平晔著
增长的极限	（罗马俱乐部关于人类困境的研究报告）
	李宝恒译
激动人心的年代	李醒民著
GEB——一条永恒的金带	道·霍夫斯塔特尔著
	乐秀成编译
现代物理学与东方神秘主义	根据F·卡普拉的《物理学之道》编译　灌　耕编译
现实与选择	朱嘉明　吕　政著
经济控制论	何继凌　邓英淘编著
探险与世界	于有彬编著
看不见的手	杨君昌编著
语言学与现代科学	陈明远编著
在历史的表象背后	金观涛著
让科学的光芒照亮自己	刘青峰著

走向未来丛书

一九八五年出版

人的现代化 〔美〕阿历克斯·英格尔斯等著　殷陆君编译
大变动时代的建设者 汪家熔编著
没有极限的增长 朱利安·林肯·西蒙原著
黄江南　朱嘉明编译
西方社会结构的演变 金观涛　唐若昕著
在国际舞台上 陈汉文编著
昨天　今天　明天 邓正来编著
摇篮与墓地 陈越光　陈小雅著
择优分配原理 茅于轼著
第三次数学危机 胡作立著
凯恩斯革命 杨君昌编著
艺术魅力的探寻 林兴宅编著
西方文官系统
杨百揆　陈子明　陈兆钢　李盛平　廖晓非著
动态经济系统的调节与变化 邓英淘　何维凌编著
新的综合 〔美〕爱德华·奥尔本·威尔逊著
李昆峰编译

走向未来丛书

一九八六年出版

富饶的贫困	王小强　白南风著
定量社会学	郭治安　姜　璐　沈小峰编译
儒家文化的困境	萧功秦著
系统思想	〔美〕小拉尔夫·弗·迈尔斯主编 杨志信　葛明浩译
日本为什么"成功"	〔日〕森岛通夫著　胡国成译
悲壮的衰落	金观涛　王军衔著
弗洛伊德著作选	约翰·里克曼编　贺明明译
西方的丑学	刘　东著
十七世纪英国的科学、技术与社会	〔美〕R·K·默顿著 范岱年　吴　忠　蒋效东译
画布上的创造	戴士和著
梁启超与中国近代思想	〔美〕约瑟夫·阿·勒文森著 刘　伟　刘　丽　姜铁军译
新教伦理与资本主义精神	〔德〕马克斯·韦伯著 黄晓京　彭　强译
信息革命的技术源流	宋德生著
增长、短缺与效率	〔匈〕亚诺什·科尔内原著 崔之元　钱铭今译

走向未来丛书

一九八七年出版

走向现代国家之路　钱乘旦　陈意新著
竞争中的合作　陈汉文编著
计量历史学　〔苏〕科瓦尔琴科主编　闻　一　肖　岭译
哲学的还原　麦克斯韦·约翰·查尔斯沃斯著　田晓春译
凯恩斯理论与中国经济　林一知著
人的创世纪　张　猛　顾　昕　张经宗编著
社会研究方法　〔美〕艾尔·巴比著　李银河译
发展社会学　胡格韦尔特著　白　梓　丁一凡编译
上帝怎样掷骰子　陈克艰著
空寂的神殿　谢逊骏著
震撼心灵的古旋律　郑　凡著
以权力制约权力　朱光磊著
整体的哲学　金观涛著
人体文化　谢　长　葛　岩著
人心中的历史　刘　昶著
探寻新的模式　罗首初　万解秋著
发展的主题　周其仁　杜　鹰　邱继成著
社会选择与个人价值　〔美〕肯尼思·阿罗著　陈志武　崔之元译
对科学的傲慢与偏见　〔英〕查·帕·斯诺著　陈恒六　刘　兵译
马克斯·韦伯　〔英〕弗兰克·帕金著　刘　东　谢维和译